



TITLE:

微視的シミュレーションによる重
イオン反応機構の研究(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

丸山, 敏毅

CITATION:

丸山, 敏毅. 微視的シミュレーションによる重イオン反応機構の研究. 京都大学, 1993, 博士(理学)

ISSUE DATE:

1993-03-23

URL:

<https://doi.org/10.11501/3091457>

RIGHT:

2

主論文

微視的シミュレーションによる重イオン反応機構の研究

京都大学 理学研究科 丸山敏毅

目次

1	序章.....	1
2	Quantum Molecular Dynamics 法.....	6
3	軽い重イオン系の反応機構の変遷.....	9
3.1	フラグメント質量数分布から得られる概観.....	9
3.2	放出された核子からの考察.....	10
3.3	軽いフラグメントのエネルギースペクトル.....	12
3.4	フラグメント内部エネルギー.....	14
3.5	反応機構の移り変わり.....	16
4	$^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 系の融合反応及び不完全融合反応.....	17
4.1	2核子衝突のない場合.....	17
4.2	融合反応とその消失.....	18
5	入射核破碎反応.....	22
5.1	入射核フラグメントの運動量分布.....	22
5.2	QMD の持つ問題点.....	23
6	重イオン反応のタイムスケール.....	25
6.1	フラグメント質量数分布の時間変化.....	25
6.2	統計崩壊計算の必要性.....	25
6.3	多段階統計崩壊計算.....	26
6.4	フラグメント質量数分布.....	27
6.5	統計崩壊の寄与.....	28
6.6	動力学的過程と統計崩壊過程の分離.....	29
7	終章.....	31
8	Appendix A.....	35
9	Appendix B.....	39
10	Appendix C.....	40
11	References.....	44

1. 序章

重イオン反応の研究は加速器の発達とともに進展してきた。最初の加速器が作られたのは1931年の事であるが、大強度の重イオンが加速されるようになり、重イオン研究が本格化したのは1950年代後半から60年代になってからである。当初はエネルギーが低かったために重イオンの弾性散乱の研究が主に行われていたが、1960年に非常に狭い幅の共鳴状態(分子的共鳴)が $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ 系において発見され、更に他の系においても同様の共鳴が見つかる、この分子共鳴の研究が盛んに行われるようになった。1970年代から80年代には重イオン衝突による超重元素合成に関連して、深部非弾性散乱の研究が非常に盛んに行われた。また微視的な理論であるTDHFが融合反応や深部非弾性散乱の研究に使われるようになった。

重イオン反応の研究は1970年代後半から80年代にはいと新しい段階に入った。それは核子当たり数10 MeVから、更には数 GeV の様な高いエネルギーのビームが可能になったためである。高エネルギーの重イオン衝突の実験によって、重イオン衝突では様々な反応機構が存在し、横方向への放出粒子の流れ(collective flow)や、2次粒子(pion や γ 線)の発生等、興味深い現象が数多く存在する事が明らかになった。それらの現象を理論的に説明するための微視的モデル(またはシミュレーション)には、TDHF、^[4~6] Cascade model、Vlasov 方程式、VUU 方程式^[7~15]等が使われている。複雑な重イオン反応を解析的な計算で記述する事は非常に難しいため、計算機を用いたこれらのモデルの数値計算が行われるのである。この様なシミュレーションは一般に非常に長いCPU時間を消費するため、ベクトル演算装置等の計算機の急速な発展も重イオン反応の理論的研究の大きな原動力となっている。

平均場の理論であるTDHFは低エネルギーの重イオン反応や集団運動を記述するのに使われ、2核子の衝突のみを扱ったCascade modelは高エネルギーの重イオン衝突で生成される2次粒子の計算に用いられてきた。しかし核物質のcollective flowの再現に成功したのは、平均場と2核子衝突の両方を取り入れたVUU方程式であった。VUUは、flowだけでなく、高エネルギーの2次粒子生成の計算にも成功し、中~高エネルギー核反応を記述には平均場と2核子衝突の両方が本質的に重要であるという事を示すと共に核反応計算の主流として位置づけられる事になった。

このVUU方程式は相空間の1体分布関数の時間発展を流体的なVlasov方程式と、2核子衝突(2p-2h励起)に由来する衝突項によって記述するものであるが、数値的に解くには相空間の6次元の格子を扱うのは非常に大変であるため、test particle法^[16]が使われる。相空間に

於ける分布を δ 関数で表される代表点(test particle)で展開し、Vlasov方程式に代入するとtest particleの運動は古典的なニュートン方程式に従う。本来無限個であるべきtest particleを有限多数個にしてその運動を追いかけるのである。2核子衝突項についてはtest particle同士の衝突によって相空間での分布関数の散逸を記述している。

この様な重イオン研究の目的意識として最も広く受け入れられているのは「高温高密度の核物質の性質」であろう。つまり核物質の状態方程式がstiffであるかsoftであるかといった問題や、液相気相転移をはじめとする高温核に関する問題等に興味を持たれてきた。核物質の状態方程式については、collective flowがVUUによって再現された当初はstiffなものがよいと思われていたが、その後平均場の運動量依存性が重要であるという事になり、未だにはっきりした結論が得られていない。

比較的高いエネルギーでの重イオン反応で非常に興味を持たれている現象に、多重破碎反応(multi-fragmentation)がある。これは重イオンの衝突で放出される破碎片(フラグメント)が、蒸発理論で記述されるように2体の過程で出てくるのではなく、もっと激しく一度に多数生成されるという機構である。このmulti-fragmentationの機構については重イオン衝突によって生じた高温高密度の核物質が膨張、冷却してゆき液相気相転移を起こしてフラグメントを生成するという可能性が指摘されている。^[17]他にも統計理論に基づいてmulti-fragmentationを記述するモデルが多く提唱されている。^[18~20]VUU計算は重イオン反応を記述する主流となったが、これは平均場のように1体の物理量しか計算する事ができないためにmulti-fragmentationのように多数のフラグメントが生成される機構を記述する事は基本的に不可能である。VUUによってフラグメントを扱うには、1体の密度分布をもとにpercolation法^[21,22]を用いるか、拡張されたVUU方程式(Extended VUU)^[23]を用いる必要がある。percolationとは密度分布に従って核子をMonte Carlo的に配置した後フラグメント分類を行うものである。これは動的な効果の記述が充分ではないし、VUUからpercolationに切り替える時刻に不定性がある等の問題がある。Extended VUUは、揺らぎを増幅するように2核子衝突を行うものであるが、数値計算が容易でなく未だ広く使われてはいない。

そこでフラグメント生成を自動的に扱える計算法として登場したのがQuantum Molecular Dynamics (QMD)^[26~31]である。これは一つ一つの核子の運動をmolecular dynamics(相互作用する多体系の運動を記述)で表すものである。QMDが従来のmolecular dynamicsと異なる点は、VUUの数値的解法と同様の方法(test particle同士の衝突)によってパウリ原理

を考慮した2核子衝突を取り入れている点と、核子をガウス波束で表し密度分布がなめらかである為に近似的な平均場を扱っているという点である。この平均場と2核子衝突は、重イオン反応を記述する上で本質的に重要である事は既に述べたとおりである。QMDは近似的な平均場と2核子衝突を扱っているだけでなく、多体理論であるためにフラグメント生成のような揺らぎに関する現象が自動的に表されるという点で優れている。ただし、反対称化を無視した古典的な運動方程式にを用いているので核構造やフラグメント生成の詳細な分布など、量子論が重要な役割を果たす現象の記述が不可能であったり、パウリ原理が完全には守られないという欠点がある。Feldmeierの提唱したFermionic Molecular Dynamics (FMD)^[32]やそれを単純化して更に2核子衝突を取り入れたAntisymmetrized Molecular Dynamics (AMD)^[33,34]にはこれらの欠点が無く、QMDの最大の利点であるフラグメント生成の記述も可能であるという点で大いに期待されるが、これらによる研究は始まったばかりである。また、QMDのハミルトニアンに相空間での分布関数に依存したパウリ力を導入した、PQMD^[35]やQuasiparticle Dynamics (QPD)^[36,37]の様な計算も行われている。

QMDは粒子の運動をニュートン方程式と2体の衝突によって記述する点はVUU方程式のtest particle法と類似している。この立場からQMDを考えると、VUUは1核子当たり多数のtest particleを用いているのに対し、QMDは1核子当たり1個のtest particleしか用いていない事になる。これにより系の密度分布などに空間的な揺らぎを生じ、フラグメント生成のような現象の記述が可能になる。しかし揺らぎを記述する事はできても1体の物理量の精度が悪くなるため、衝突イベントを多数計算し平均値を求める。つまりQMDはVUUのtest particle法の荒い近似という見方ができる。一方、QMDイベントを同時に多数計算し各時刻でイベント間の平均化を行う事によって揺らぎを除去し、1体物理量の精密な計算を行っているのがVUUであるという逆の見方もできる。つまり1体の物理量を精密に求める代わりに本来含まれている筈の揺らぎを無くしてしまっているのである。QMDは数値計算がVUUと非常に類似しているためVUUとの関連でそれを位置づけようとすると、少なからず混乱が生じる。VUUは1体の物理量を記述する枠組みであるが、QMDは多体の理論であってVUUとは基本的に異なっていると考える方が分かりやすい。

QMDにより、フラグメントに関する物理量の解析が盛んに行われるようになった。そこで改めて明らかになった事の1つは、衝突径数によってフラグメント質量数の分布が非常に違っているという事である。multi-fragmentationが液相気相転移によって起こるとき、生成されるフラグメントの質量数分布は $\sigma(A_f) \sim A_f^{-\tau}$ という様な巾乗則に従うとされ、実際にQMD

計算の結果でも衝突径数について積分した量は巾乗則の様相を示していたが、衝突径数毎に調べると単純な議論では済まされない事がわかったのである。^[29]重イオン反応は、低エネルギーでは融合反応から高エネルギーでは例えばmulti-fragmentationへと、入射エネルギーによって様相ががらりと変わり、また衝突径数にも大きく依存する。従って重イオン反応を使って核物質の性質を研究しようとする時、複雑な反応機構による不定性を考慮する必要がある。重イオン反応機構の入射エネルギー依存性や衝突径数依存性を詳細に調べた上で核物質の性質に敏感な観測量の解析を行う事が必要である。

重イオン反応機構を支配しているものは核子間や核間の相互作用だけではない。核子のフェルミ運動と衝突する核の相対運動との競合が入射エネルギーが核の内部エネルギーに散逸する程度を本質的に左右しているであろうし、更に核表面からの物質やエネルギーの流出の程度もこれに深く関わっているはずである。互いに絡み合っている反応機構を支配しているこれらの要因は系が均質でも準静的でもない事に由来しており、重イオン反応機構の研究は「有限多体系の非平衡の物理」という性質を持っている。従って重イオン反応機構を系統的に研究する事は核物質の性質を研究するための手段だけではなく、それ自体が興味深いものだと言える。

入射エネルギーや衝突径数によって激しく変化する重イオン反応の機構には広く受け入れられている概念がある。低エネルギーでは中心衝突で完全融合反応が起こり、入射エネルギーが上昇すると融合する際に一部の核子を放出する不完全融合反応が起こる。一方周縁領域では深部非弾性散乱の様な散乱過程が起こる。数10 MeV/uより高いエネルギーでは中心領域で系のexplosionが起こり、中間的な衝突径数では関与者-傍観者反応や入射核破砕反応が起こる。また、非常に周縁領域では殆ど反応が起こらない。このような概念は実験技術の発展によって1970から80年代になって得られるようになった。しかし衝突径数の測定は容易ではなく、1 fm以内の精度で測定されたのはここ数年の事である。

また理論的な研究は高エネルギーの現象と非常に低エネルギーの現象に限られていて、反応機構の系統的な研究はほとんど為されていない。平均場の理論であるTDHFはエネルギーを高くした場合数値計算上の問題点があるという事と2核子衝突の効果を取り入れるのは容易でない為に融合反応や集団運動のような低エネルギーの現象の研究がほとんどであった。VUUやQMDによる計算は、もともと目的意識が比較的高いエネルギー領域の研究にあったし、特にQMDの場合は初期条件の安定性が充分でなかったために数10 MeV/uのエネルギー領域では殆ど計算が行われていなかった。

しかし我々は安定な初期条件の作成を容易なものにする事によって、長時間の安定性と精密な初期条件が要求される低エネルギー現象にまで QMD を適用する事ができるようになった。つまり反応機構の理解に不可欠なフラグメント生成を取り扱う事のできる枠組みを、低エネルギーから中高エネルギーの広い領域で使用し、反応機構を系統的に研究することが可能となったのである。また、QMD の様な動力的な計算により生成されたフラグメントの統計崩壊の過程まで計算する様にして、非常に広い範囲の現象をより統一的に取り扱う事ができるようになった。そこで我々は、低エネルギーから中高エネルギー領域での重イオン反応機構を、微視的なシミュレーション (反応機構を全く仮定しない枠組み) である QMD を用いて調べる事により、個々の反応の詳細と、広範囲のエネルギー領域に亘る大域的な様相に対する系統的理解を得ることを本研究の目的とする。まず軽い系の反応機構の概観を、生成されるフラグメントや放出される核子の解析を通して行う。また現れる個々の反応機構の研究として、低エネルギーで起こる融合反応について議論し、次に中高エネルギー領域での反応について触れる。また、中間的なエネルギー領域での反応のタイムスケールについて考察し、動力的過程と統計崩壊の過程の寄与について議論する。

この論文の構成は以下の通りである。2 章では QMD の枠組みと、数値計算の方法について述べる。3 章は論文 [2] の内容であり、QMD 計算によって得られる反応機構の概観について、いくつかの物理量の解析を通して議論する。4 章は論文 [1] に拠っており、低エネルギーでの融合反応について TDHF 計算との比較や、不完全融合反応の機構について議論する。5 章では比較的高いエネルギー領域での入射核破碎反応の取扱いについて触れ、QMD 計算の持っている問題点についても議論する。6 章は主に論文 [3] の内容で、QMD 計算に付加する多段階統計崩壊計算について述べ、これを用いて重イオン反応のタイムスケールに関する解析を行う。またここでは、multi-fragmentation ではないかと指摘されている実験結果との比較も行う。7 章ではまとめと展望を述べる。

尚この研究は、大西明氏、小野章氏及び堀内昶氏との共同研究によるものである。

用語について

以後「クラスター」と「フラグメント」の 2 種類の言葉がしばしば使われるが、「フラグメント」は漠然と重イオン衝突で生成される破砕片で、クラスターと核子の両方を含んでいる。「クラスター」は核子以外のフラグメントを意味する。但し一部では「クラスター分類」の様にフラグメントと殆ど同じ意味で使用している箇所もある。

2. Quantum Molecular Dynamics 法

Quantum Molecular Dynamics (QMD)^[26~31] は Gauss 波束で表される核子の運動を扱う半古典的なシミュレーションである。系の 1 体分布関数は核子の分布関数の和で

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \sum_i f_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad (2.1)$$

$$f_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = 8 \cdot \exp \left[-\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)^2}{L^2} - \frac{L^2(\mathbf{p} - \mathbf{P}_i)^2}{\hbar^2} \right] \quad (2.2)$$

のように表される。 \mathbf{R}_i と \mathbf{P}_i は核子 i の Gauss 波束の位置と運動量の中心である。波束の中心の運動は、ニュートン方程式

$$\dot{\mathbf{R}}_i = \{H, \mathbf{R}_i\}_{\text{P.B.}}, \quad (2.3)$$

$$\dot{\mathbf{P}}_i = \{H, \mathbf{P}_i\}_{\text{P.B.}} \quad (2.4)$$

と、stochastic な 2 核子衝突とによって表される。式 (2.3) 及び (2.4) は、Gauss 波束の幅を時間依存にした枠組み^[38] の特殊な場合であり、Appendix C にも触れられている。

有効相互作用には簡単な Skyrme 力とクーロン力、対称エネルギーを用い、ハミルトニアンは

$$H = \sum_i \frac{\mathbf{P}_i^2}{2m} + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\rho_0} \sum_i \langle \rho_i \rangle + \frac{1}{1 + \gamma} \frac{\beta}{\rho_0^\gamma} \sum_i \langle \hat{\rho}_i \rangle^\gamma + \frac{1}{2} \sum_{i,j \neq i} \frac{(e/2)^2}{|\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i|} \text{erf}(|\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i|/\sqrt{2}L), \quad (2.5)$$

または

$$H = \sum_i \frac{\mathbf{P}_i^2}{2m} + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\rho_0} \sum_i \langle \rho_i \rangle + \frac{1}{1 + \gamma} \frac{\beta}{\rho_0^\gamma} \sum_i \langle \hat{\rho}_i \rangle^\gamma + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i \in \text{proton} \\ j(\neq i) \in \text{proton}}} \frac{e^2}{|\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i|} \text{erf}(|\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i|/\sqrt{2}L)$$

$$+ \frac{C_s}{2\rho_0} \int (\rho_p(\mathbf{r}) - \rho_n(\mathbf{r}))^2 d^3r \quad (2.6)$$

と書ける (Appendix A 参照)。ここで

$$\langle \rho_i \rangle \equiv \int d^3r \rho_i(\mathbf{r}) \sum_{j \neq i} \rho_j(\mathbf{r}), \quad (2.7)$$

$$\langle \hat{\rho}_i \rangle \equiv \int d^3r \hat{\rho}_i(\mathbf{r}) \sum_{j \neq i} \hat{\rho}_j(\mathbf{r}), \quad (2.8)$$

$$\rho_i(\mathbf{r}) \equiv \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} f_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = (\pi L^2)^{-3/2} \exp(-(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)^2/L^2), \quad (2.9)$$

$$\hat{\rho}_i(\mathbf{r}) \equiv (\pi \hat{L}^2)^{-3/2} \exp(-(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)^2/\hat{L}^2), \quad (2.10)$$

$$\rho_p(\mathbf{r}) \equiv \sum_{i \in \text{proton}} \rho_i(\mathbf{r}), \quad (2.11)$$

$$\rho_n(\mathbf{r}) \equiv \sum_{i \in \text{neutron}} \rho_i(\mathbf{r}) \quad (2.12)$$

である。ハミルトニアン (2.5) は proton と neutron とを区別しない場合に用い、(2.6) は区別する場合に用いる。

式 (2.6) の最終項は対称エネルギーの項で、パラメータ C_s には 25 MeV の値を用いている。また標準密度 ρ_0 には 0.165 fm^{-3} を Skyrme 型ポテンシャルのパラメータには $\alpha = -124 \text{ MeV}$, $\beta = 70.5 \text{ MeV}$, $\gamma = 2$ を用いる。これは媒質極限の核物質に 16 MeV の結合エネルギーと、stiff な状態方程式を与えるものである。Gauss 波束の幅には、 ^{16}O 等の軽い核を扱う場合には $L = 1.73 \text{ fm}$, $\hat{L} = 1.56 \text{ fm}$ を用い、 ^{27}Al より重い核を用いる場合には $L = 1.84 \text{ fm}$, $\hat{L} = 1.41 \text{ fm}$ を用いている。密度依存の斥力項に通常の値と違う幅を用いているのは、斥力の働く距離を調節して安定な核を作るためである。異なる幅であっても媒質の極限では全く同じ性質を与えるので、この操作は Gauss 波束の幅を変えろというよりも相互作用の形を多少変えたと考える事もできる。

stochastic な 2 核子衝突は以下のように取り入れる。2 核子がある距離 ($\sqrt{\sigma_{NN}/\pi}$) 内に入射すると等方的に散乱される。 σ_{NN} は 2 核子衝突の断面積である。またこの衝突は終状態の

相空間の分布関数 $f(\mathbf{R}, \mathbf{P})^{(f)}$ から求められるパウリブロッキングの確率に従って禁止される。この確率は proton と neutron を区別しない場合は

$$P_{\text{block}} = 1 - \left(1 - \frac{1}{4} f(\mathbf{R}_1, \mathbf{P}_1^{(f)})\right) \left(1 - \frac{1}{4} f(\mathbf{R}_2, \mathbf{P}_2^{(f)})\right) \quad (2.13)$$

を用い、区別する場合は

$$\begin{aligned} P_{\text{block}}^{(p-p)} &= 1 - \left(1 - \frac{1}{2} f_p(\mathbf{R}_1, \mathbf{P}_1^{(f)})\right) \left(1 - \frac{1}{2} f_p(\mathbf{R}_2, \mathbf{P}_2^{(f)})\right), \\ P_{\text{block}}^{(n-n)} &= 1 - \left(1 - \frac{1}{2} f_n(\mathbf{R}_1, \mathbf{P}_1^{(f)})\right) \left(1 - \frac{1}{2} f_n(\mathbf{R}_2, \mathbf{P}_2^{(f)})\right), \\ P_{\text{block}}^{(p-n)} &= 1 - \left(1 - \frac{1}{2} f_p(\mathbf{R}_1, \mathbf{P}_1^{(f)})\right) \left(1 - \frac{1}{2} f_n(\mathbf{R}_2, \mathbf{P}_2^{(f)})\right) \end{aligned} \quad (2.14)$$

を用いる。2 核子衝突の断面積には衝突のエネルギーに無関係に 30 mb を使っている。孤立した 2 核子の衝突では断面積のエネルギー依存性は大きい、重イオン反応では媒質効果によって減少し、正確な値を求めるのは困難である。30 mb というのは論文 [31] に報告されている、フェルミエネルギーを上回ったエネルギー領域での G-matrix 計算に基づく値である。それより低いエネルギーでは、パウリブロッキングが重要になるため、 σ_{NN} の値はそれほど重要ではないと思われる。

シミュレーションの初期条件の安定な核は衝突冷却法^[39]によって作る。まず核子を相空間に乱雑に配分する事で核を作る。この核は当然高い励起エネルギーを持っている。次にこの核を時間発展させる。このとき 2 核子衝突の際に相対運動量を減少させて系のエネルギーを奪う。但しこの 2 核子衝突は終状態に於いてパウリ原理を破らないように行う。こうして系を少しずつ冷却していき、適当な内部エネルギーになった時点で冷却を中断するとシミュレーションを行うのに適した安定な核が得られる。冷却法には非保存力を用いた摩擦冷却法^[40]もあるが、この場合パウリ原理を破らないように相空間分布関数依存性のあるパウリ力を使用する必要があり、Skyrme 力のみを使っているこの論文では摩擦冷却法は使用していない。初期条件の核ができると、それを boost させて、通常の時間発展を行う。多数の衝突イベントを計算し、物理量の平均値を議論する。

3. 軽い重イオン系の反応機構の変遷

重イオン反応は入射エネルギーや衝突径数に大きく依存し、非常に多様である。低エネルギーでは完全融合反応が起こり、入射エネルギーが上昇すると融合する際に一部の核子を放出する不完全融合反応が起こるようになる。一方大きな衝突径数の領域では核が融合できずに深部非弾性散乱の様な散乱過程が起こる。フェルミエネルギーをおおよそその境にして高エネルギー側では、中心領域で系の explosion が起こり、中間的な衝突径数から周縁領域では関与者-傍観者反応や入射核破碎反応が起こる。また、非常に周縁領域では殆ど反応が起こらない。このような反応機構の概観は実験的によく知られているものであるが、理論的研究をもとにした議論は殆ど行われていない。そこでこの章では、微視的なシミュレーションである QMD 計算によってこの反応機構の移り変わりを議論する。

3.1. フラグメント質量数分布から得られる概観

この節では $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 系の衝突で生成されるフラグメントの質量数分布を、入射エネルギー約 1 MeV/u から 200 MeV/u の領域について中心衝突 ($b = 0$ fm) と、中間的な衝突径数 ($b = 3$ fm) 及び周縁衝突 ($b = 5$ fm) の場合について示す。ここでは proton、neutron の区別をしておらず、全ての核子を $e/2$ の電荷をもった粒子として扱っている。ハミルトニアンは、式 (2.5) のものを用いている。図 1 は衝突後約 350 fm/c の時刻におけるフラグメント質量数の分布である。分布は $N_{A_f} \times A_f$ という量で表してある。ここで N_{A_f} はフラグメントの生成多重度で A_f はフラグメントの質量数である。

図 1

まず中心衝突 ($b = 0$) の場合について見ると、低い入射エネルギー領域では、 $A_f \lesssim 32$ の分布が多くみられる。この系の全質量数は 32 であるから、これらのフラグメントは融合反応によって作られたものである。また、入射エネルギーが多少高くなると分布が小さな質量数の方へ移動しているのがわかる。これは、次章で議論するが、融合反応が完全融合から不完全融合へと移り変わっているためである。更にエネルギーが上昇すると、大きな塊が見られなくなり $A_f \approx 1$ の軽いフラグメントのみになり、explosion 的な反応機構を示している。

次に中心領域と周縁領域の中間的な衝突径数 $b = 3$ fm の場合はフェルミエネルギーより低い $E_{\text{lab}} \lesssim 40$ MeV/u の領域では、 $b = 0$ と本質的に同じ振る舞いをしている。しかしそれより高

いエネルギーでは、explosion 的な機構を示す $A_f \approx 1$ の分布とともに、 $A_f \approx 8$ の中間的な質量数の分布が存在している。これはいわゆる「関与者-傍観者」(Participant-Spectator) 反応に近いと思われる。(「関与者-傍観者」反応では傍観者のフラグメントの運動量分布が「Goldhaber 則」^[41] という簡単なモデルでかなりよく表されることがわかっているが、我々の計算結果では今のところ定性的な再現にとどまっている。)

次に周縁衝突 ($b = 5$ fm) の場合は、低エネルギーではやはり他の衝突径数と同様に融合反応である。エネルギーの上昇にともなう「完全融合→不完全融合」という反応機構の移行が衝突径数にあまり依らないという点は、今までの多くの議論と大きく異なっている。約 30 MeV/u 以上のエネルギーになると、 $A_f \approx 16$ つまり入射核と標的核がそのまま残る深部非弾性散乱 (deep inelastic collision) や準弾性散乱 (quasi elastic scattering) のような機構へと変化している。

図 1 は衝突後約 350 fm/c の時刻でのフラグメント質量数の分布であるが、この時刻で分布がある程度定常になっている必要がある。図 2 は 5 つに分けた質量数 bin のそれぞれのフラグメントの多重度が時間的にどのように変化するかを示している。衝突後 350 fm/c では緩やかな変化はあるが殆ど定常に達しており、分布の定性的な考察には十分な時刻であると思われる。しかし、実験値との比較のように定量性が重要になる場合は長時間での統計崩壊の寄与も考慮する必要がある。

図 2

3.2. 放出された核子からの考察

この節でも主に $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 系の衝突に於いて放出される核子やフラグメントの多重度、運動エネルギーについての解析を元に、反応機構の詳細について考察する。また、これらの物理量に関連した実験値との比較も行い、計算の信頼性を確かめる。

初めに核子放出の時刻依存性を考察する。図 3 には単位時間 (1 fm/c) 内に放出された核子の多重度を示している。(従って縦軸の単位は c/fm である。) この図からわかる事は、衝突直後の約 100 fm/c 以内に放出のピークが現れており、また高い入射エネルギーの衝突ほどそのピークが高い。しかし、ピークの形は入射エネルギーに殆ど依存しないし、周縁衝突ではピークの存在もはっきりしない。

図3

そこで核子の持つ運動エネルギーについてその時間変化を調べる。図4は全系の重心から10 fmの距離を通過した核子の運動エネルギーである。横軸は核子の通過時刻である。また核子はクラスターに含まれているものと孤立したもののとの区別はしていない。この種の物理量はVUUを用いて解析されていて、QMDによるこの計算と同様の結果が報告されている。^[15]ここでは、放出核子数の解析では現れなかった入射エネルギーに対する依存性がはっきりと現れている。つまり低エネルギーではエネルギーのピークが殆ど無く、高エネルギーでは衝突直後にピークが現れている。この図から、衝突直後に激しい核子放出が起こっている様子がはっきりとわかるという感じがするが、実は必ずしもそうではない。というのは、核子が放出されてから10 fmの距離を通過する迄にある程度の遅れがある。いくつかの核子が同時に放出されたとしても、速い核子は早い時刻に通過し、遅い核子は遅い時刻に通過する。そしてこの遅れは核子の速度に反比例し、核子のエネルギーは大まかに言って通過時刻 t に対して $1/t^2$ の依存性を持つ事になる。こうして見せかけのピークができてしまう可能性がある。

図4

図5はクラスターから放出された核子の放出された時点での運動エネルギーのを示している。ここでは核子をクラスターに分類する際の判定距離 d_{NN} に5 fmという値を使っている。この少し大きい値を用いるのは、明らかに孤立した核子を選ぶためである。この物理量にはピークが見られない。高エネルギーの場合に見られる、衝突後期のピークの様なものは統計の悪さから来る揺らぎである。高エネルギーの場合、中心衝突では全系は早い時期に小さなフラグメントに分解してしまい、また周縁衝突では準弾性散乱のように系があまり励起しないために衝突後期までフラグメントを放出する大きなクラスターは殆どないので統計が悪くなるのである。

図5

また、高エネルギーの衝突でも核子のエネルギーが時間が経過しても減少しないのは、次のようにして説明できる。高エネルギーの衝突の場合、衝突初期に生成されたフラグメントは高速で外側に飛び散っていく。しかし衝突後期にそれらのクラスターから放出される核子は親クラスターに対して小さな相対速度を持っている。従って重心系での核子の速度は初期に放出される核子やクラスターの速度と余り変わらない。

核子が放出される親クラスターとの相対運動のエネルギーを示したのが図6である。ここでもやはり時刻にはその核子が放出された時刻をとっている。また、クラスター分けの判定には5 fmの値を使っている。この物理量は核子がどの程度激しく放出されるかということの時間依存性を表している。低エネルギーの反応と高エネルギーの反応とで明かな相違がみられる。高エネルギーの場合は衝突初期にはっきりしたエネルギーのピークがあり、後期ではエネルギーの値が小さくなっている。しかし低エネルギーの場合はピークのようなものはみられず、時間が経過しても核子の放出エネルギーはほぼ一定値を保っている。またこの一定の放出エネルギーは、入射エネルギーが6.25 MeV/u から37.5 MeV/u の場合まで殆ど同じ値である。この図から言えることは、入射エネルギーが或程度(計算した限りでは37.5 MeV/u)以上では反応機構が激しいexplosion的なものであり、それより低いエネルギーでは核子の蒸発のような穏やかな機構だということである。

図6

衝突径数依存性を見ると、低エネルギーから中間エネルギーでは衝突径数依存性が殆ど無いが、225 MeV/u になると $b = 5$ fm の場合にピークが消えてしまう。これは反応機構が準弾性散乱へと移行する事を表している。ところが150 MeV/u では周縁衝突に於いても尚ピークが存在し、explosion的な機構のある事を示している。しかしこのexplosionは局所領域に限られている。というのはフラグメント質量数分布には大きなフラグメントが見られるからである。この局所的なexplosion機構は例えば関与者-傍観者の反応にも含まれている。

以上のように、放出される核子のエネルギー特に親クラスターとの相対運動のエネルギーから重要な情報が得られるのである。

3.3. 軽いフラグメントのエネルギースペクトル

次にQMDの枠組みで計算される物理量の信頼性を調べるために軽いフラグメントのエネルギースペクトルを実験値と比較する。質量数 A_f のフラグメントの運動量分布は各々のフラグメントの運動量分布 $g_n^f(p^f)$ の和で

$$g^f(p^f) = \sum_{n=1}^{N^f} g_n^f(p^f), \quad (3.1)$$

$$g_n^f(\mathbf{p}^f) = \left[\frac{\pi L^2}{A_f} \right]^{3/2} \exp \left[-\frac{L^2}{A_f \hbar^2} (\mathbf{p}^f - \mathbf{P}_n^f)^2 \right] \quad (3.2)$$

と表され、フラグメントの多重度 N^f は

$$\int \frac{d^3 p^f}{(2\pi\hbar)^3} g^f(\mathbf{p}^f) = N^f \quad (3.3)$$

のように g^f を積分して得られる。式 (3.2) に A_f が現れるのは多核子の運動量分布関数が

$$\begin{aligned} & (\pi L^2)^{\frac{3}{2} A_f} \exp \left[-\frac{L^2}{\hbar^2} \sum_{i=1}^{A_f} (\mathbf{p}_i - \mathbf{P}_i)^2 \right] \\ &= (\pi L^2)^{\frac{3}{2} A_f} \exp \left[-\frac{L^2 (\sum_{i=1}^{A_f} \mathbf{p}_i - \sum_{i=1}^{A_f} \mathbf{P}_i)^2}{\hbar^2 A_f} + \text{internal motion} \right] \\ &= (\pi L^2)^{\frac{3}{2} A_f} \exp \left[-\frac{L^2}{\hbar^2 A_f} (\mathbf{p}^f - \mathbf{P}^f)^2 + \text{internal motion} \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

と書き表されるからである。ここで $\mathbf{p}^f (= \sum_{i=1}^{A_f} \mathbf{p}_i)$ 及び \mathbf{p}_i はそれぞれフラグメントと核子の運動量で、 $\mathbf{P}^f (= \sum_{i=1}^{A_f} \mathbf{P}_i)$ と \mathbf{P}_i は Gauss 波束の中心である。式 (3.2) の 1 つのフラグメントの運動量分布は、式 (3.4) を全ての内部自由度に関して積分して得られる。フラグメント運動量の 2 重微分断面積は

$$\frac{d^2 \sigma^f}{d\Omega dE} = 2\pi \int db \, b \frac{d^2 N_b^f(\Omega, E)}{d\Omega dE}, \quad (3.5)$$

$$\frac{d^2 N^f(\Omega, E)}{d\Omega dE} d\Omega dE = \frac{\hat{g}^f(\theta, E)}{(2\pi\hbar)^3} d^3 p^f, \quad (3.6)$$

$$\hat{g}^f(\theta, E) = \frac{1}{2\pi} \int d\phi g^f(\mathbf{p}^f) \quad (3.7)$$

の様に計算される。

所がこの様にして計算した軽いフラグメントのエネルギースペクトルは実験値を高エネルギー側や後方角などの断面積の小さな成分を過大評価する傾向にある。これは QMD では Gauss

波束を使用しているため核子やフラグメントの運動量分布にそれらの分布の中心値から大きく離れた成分を与えるためと思われる。この波束の tail には物理的な正当性は余りなく必ずしも現実的とは言えない。そこで核子の運動量について $|\mathbf{p}_i - \mathbf{P}_i| < P_{\text{cut}}$ だけをとる cut off を行う。この cut off はフラグメント運動量に対して近似的に $|\mathbf{p}^f - \mathbf{P}_n^f| < P_{\text{cut}}^f = \sqrt{A_f} P_{\text{cut}}$ という cut off を与える (Appendix B 参照)。従って (3.2) の代わりに

$$g_n^f(\mathbf{p}^f) = S \cdot \left(\frac{\pi L^2}{A_f} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{L^2 (\mathbf{p}^f - \mathbf{P}_n^f)^2}{A_f \hbar^2} \right] \Theta(P_{\text{cut}}^f - |\mathbf{p}^f - \mathbf{P}_n^f|), \quad (3.8)$$

$$S^{-1} = \text{erf}(P_{\text{cut}}^f L / \hbar) - \sqrt{4L^2 (P_{\text{cut}}^f)^2 / \pi \hbar^2} \exp(-L^2 (P_{\text{cut}}^f)^2 / \hbar^2) \quad (3.9)$$

を使用する。

図 7 は $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ 系の 25 MeV/u の反応で生成される proton, deuteron, triton の 2 重微分断面積である。^[42] この計算では proton と neutron を区別している (ハミルトニアンは (2.6) を使用している)。初期条件の核は、 ^{16}O が 10 MeV/u の結合エネルギーと 2.82 fm の平均自乗半径を持っており、 ^{12}C は結合エネルギー 10 MeV/u、平均自乗半径 2.65 fm である。また、このスペクトルは衝突後約 350 fm/c の時刻のもので、クラスター分類の判断規準距離は $d_{\text{NN}} = 3$ fm を、運動量 cut off は $P_{\text{cut}} = 1.0\hbar/L$ を用いている。異なる P_{cut} に対してもそれがあまり大きくなければ結果に大きな違いは生じない。

図 7

結果は proton だけでなく deuteron や triton に対してもかなり良い再現をしている。しかし本来は統計崩壊の影響を考慮する必要がある、そのために結果がある程度変わると思われる。また、この計算は proton を過大評価しているが、統計崩壊の後にはこの過大評価が更に大きくなるはずである。これは QMD の安定性が完全でないためである。

3.4. フラグメント内部エネルギー

衝突の過程でフラグメントがいかに励起するかという問題は、液相の核物質の性質や多重破砕反応の機構の理解に結びついていて大変興味を持たれている。フラグメントの励起エネルギーを直接取り扱うのは簡単ではないので、内部エネルギーという形でその時間変化を調べる。まず注意が必要なのは、衝突初期に於けるエネルギーを過大評価する危険性である。十分に低

いエネルギーでは核同士の接触後すぐに複合核を形成するが、高い入射エネルギーでは、少なくとも非常に初期の段階では、2つの核は空間的に重なり合っている運動量空間に於いて分離しているという状況が起こる。クラスター分類を空間座標のみで行うと2核の相対運動のエネルギーを複合核の内部エネルギーとして計算してしまう危険性がある。そのためここでは位相空間に於けるクラスター分類 (phase space cluster chain method) を行う。2核子が空間的にある距離内にある場合、相対運動量を計算してそれが局所フェルミ運動量以下であればその2核子が同一のクラスターに属すると判断する。つまり、クラスター分類の条件は

$$\begin{aligned} |\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2| &\leq d_{NN}, \\ |\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2| &\leq \xi (P_F(1) + P_F(2)) \end{aligned} \quad (3.10)$$

である。ここでフェルミ運動量は

$$P_F(i) = \hbar \left(\frac{3\pi^2}{2} \rho(\mathbf{R}_i) \right)^{1/3}, \quad (3.11)$$

で与えられ、 \mathbf{R}_i と \mathbf{P}_i は核子の Gauss 波束の中心座標である。パラメータ d_{NN} と ξ は 3 fm と 0.67 という値を使う。

図 8

図 8(a) は $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 衝突の際の質量数 $A_f \geq 5$ のクラスターの内部エネルギーの平均値の時間変化を示している。使用している初期条件の核の結合エネルギーは 8 MeV/u のものを使っている。衝突直後にエネルギーのピークが現れ、約 60 fm/c の時刻からはエネルギーの減少が非常に緩やかになっている。37.5 MeV/u までは入射エネルギーを増加すると衝突径数によらずにピーク値の増加が見られる。ところが 75 MeV/u より上では入射エネルギーを上げてもピーク値はあまり増加しなくなる。また周縁衝突では逆にピーク値の減少がみられる。ある入射エネルギーより下では衝突径数によらないという点と、高エネルギーになると周縁衝突では反応が穏やかになるという点は今までの議論と一致している。また、衝突後期の内部エネルギーが入射エネルギーの増加に対して saturate している。初期の内部エネルギーがいかに高くても、約 100 fm/c の間に核子やフラグメントを放出してある程度のエネルギーまで冷却され

るためであろう。ここで注意が必要なのは、この図に示されている量は励起エネルギーそのものではないという事である。入射エネルギーや衝突径数、時刻によってフラグメントの質量数が異なるので、この内部エネルギーの平均値から直接励起エネルギーを比較するのは簡単ではない。

少し大きな系 ($^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$) での様相を示したのが図 8(b) である。但しこれは $b = 0$ の場合のみである。 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ の時と殆ど同じ振る舞いをしているが、多少内部エネルギーが高くなる傾向がみられる。

3.5. 反応機構の移り変わり

この章では軽い重イオン系の衝突で生成されるフラグメントの質量数分布、放出核子の多重度やエネルギー、大きなクラスターの内部エネルギー等を解析し、重イオン反応機構の入射エネルギー及び衝突径数依存性を議論した。入射エネルギーがある程度より低い領域では、衝突径数に余りよらず融合反応がほとんどである。それより高いエネルギーでは衝突径数に対する依存性が大きくなる。つまり中心領域では系全体が多数の小さな破砕片に分かれる explosion 的な機構であり、中間的な衝突径数の領域では幾何学的に重なる部分が explosion を起こし重ならない部分が大きなクラスターとして現れるいわゆる関与者-傍観者の機構が起こる。周縁領域では、入射核と標的核が殆どそのまま現れる深部非弾性散乱の様な機構や準弾性散乱が起こるようになる。以上のような反応機構の概観を QMD 計算から得る事ができた。

4. $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 系の融合反応及び不完全融合反応

前章ではQMDの枠組みで重イオン反応機構の変遷を約1 MeV/uの低エネルギー領域から数100 MeV/uの中高エネルギー領域に亘って概観した。そこでこの章では、低エネルギー領域の融合反応について定量的な解析を行い、完全融合から不完全融合へと機構が移行していく様相について調べる。また、この章の計算ではproton、neutronの区別をしておらず、全ての核子を $e/2$ の電荷をもった粒子として扱っている。(ハミルトニアンは、式(2.5)のものをを用いている。)

4.1. 2核子衝突のない場合

時間依存ハートレーフォック方程式を用いた重イオン衝突の計算ではある数値のエネルギー E_{th} より高い入射エネルギーでは低角運動量の領域 $l \leq l_{\text{min}}$ で融合反応が起こらないということが知られている。^[4~6] この E_{th} と l_{min} の値は衝突核や用いる有効核力に依存し、また入射エネルギーの増加とともに l_{min} の値は増加する。この様に融合反応は角運動量が $l_{\text{min}} < l < l_{\text{max}}$ の領域で起こる。この領域を“fusion window”と呼ぶ。しかし、平均場計算に2核子衝突の効果を入れることによって E_{th} の値が高い側へ移動するか更にはTDHFの結果を否定することが報告されているし、^[43] 実験的にも低角運動量限界 l_{min} の存在に対して否定的な結果が報告されている。^[44~49]

この節ではTDHFとの比較のために、2核子衝突をいれないQMD計算の結果を $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 系の融合反応について報告する。ここで取り扱うのはクーロン障壁以下から220 MeV (約14 MeV/u)のエネルギー領域である。次節で報告するが、2核子衝突を取り入れたQMD計算では、“fusion window”の存在が否定される。従って2核子衝突を行わないQMD計算は、融合反応に対する2核子衝突の果たす役割を理解する上で何らかの示唆を与えられると思われる。

TDHFでの融合反応は、2乃至3回の回転を経るか、数回の振動を経るまで系の密度分布が存続するというイベントとして決められる。^[5] QMD計算とTDHF計算を比較するために、これと同様の判定基準を適用する。但しこれは、融合系が形成される前に少数個の核子が放出される不完全融合反応も融合反応の範疇に入ることを意味する。

融合した系が1度回転するか数回振動する時間を融合時間 T_f とする。 T_f は入射エネルギーや衝突径数に依存する。 T_f の時間の後の系の終状態は大まかに2つに分類することができる。

一つは上で議論した融合反応(完全融合及び不完全融合)であり、もう一つは準弾性衝突や深部非弾性散乱、透過現象等の散乱過程である。我々の計算結果では、融合反応によって作られる核の質量数はほぼ25近辺であり、散乱過程の後の核の質量数はほぼ13から19であるため、2種類の反応機構への分類は非常に明瞭に行うことができる。

一つの入射エネルギー衝突径数に対して、少なくとも30回の衝突イベントを計算する。融合確率 P_f を同一条件(同一の入射エネルギー及び衝突径数)での融合イベントの数と計算を行ったイベント数の比として定義する。図9に示すのは2核子衝突を行わないQMD計算による融合反応の領域である。黒丸が融合確率 P_f が0.5の点を示しており、曲線はそれを滑らかに結んだものである。2つの曲線で囲まれた領域(斜線で示してある)では P_f は0.5よりも大きく、内側の曲線から低角運動量の側では0.5より小さい。従って2核子衝突を行わないQMD計算ではいわゆる“fusion window”が現れることがわかる。融合反応の起こる確率が小さい低角運動量領域では核同士の透過現象が起こっている。これはTDHF計算と同様の結果である。

図9

論文[50]のTDHF計算と比較すると、角運動量の上限と下限の曲線の振る舞いは定性的に一致しているが、我々の計算による数値エネルギー E_{th} は87 MeVで、TDHFの結果での54 MeVに比べて高い。この違いは使用している有効核力の違いによると思われる。^[51]

4.2. 融合反応とその消失

次に2核子衝突を取り入れた通常のQMD計算による結果を報告する。融合反応断面積 σ_f は次のように計算される。

$$\sigma_f = \frac{\pi}{k^2} \int dl \cdot (2l+1) P_f(l) = 2\pi \int db \cdot b P_f(b) \quad (4.1)$$

ここで $P_f(b)$ は衝突径数 b の衝突に於ける融合確率である。 $P_f(b)$ は

$$P_f(b) \approx \frac{n}{N} \quad (4.2)$$

で計算し、 n は完全融合のイベント数、 N は全イベント数である。またこの方法で計算する

$P_f(b)$ について、

$$|P_f(b) - \frac{n}{N}| \leq \Delta P_f \quad (4.3)$$

という条件が 90 % の信頼度で成り立つという場合、 ΔP_f は

$$\Delta P_f = 1.64 \times \left[\frac{n(N-n)}{N^3} \right]^{1/2} \quad (4.4)$$

で与えられる。

完全融合イベントとその他の反応イベントの区別は前節と同様で、以下のようにして行う。まず融合した系が 1 回の回転または数回の振動を経験した場合、それを融合反応とする。またその融合反応が起こるのにかかるおよその時間 T_f を入射エネルギー E_{lab} 毎に調べ、融合反応が起こらない様な場合についてはその T_f の時刻に於いて反応機構の判断を行う。つまり非常に長時間かかって系が融合するというような例外的な場合は融合反応が起こったイベントに数えない。その結果 $E_{lab} \leq 220$ MeV のエネルギー領域では反応機構は 4 つに分類され、それらは完全融合、不完全融合、深部非弾性衝突、準弾性散乱である。2 核子衝突を取り入れた QMD 計算では前節の場合と違い、中心衝突での核同士の透過現象は起こらない。つまり融合反応の低角運動量限界の存在に対しては否定的な結果を与える。

ところで我々が完全融合反応を同定する際に系が融合系を形成してから T_f の時間内に 1 乃至少数個の核子が放出されるイベントも完全融合の範疇に加えている。もしこれらのイベントを除外すると、実験的に融合確率がほぼ 1 に等しいとされている低エネルギーの中心衝突に於いて、融合確率の計算値が 1 をかなり下回ってしまうためである。これは QMD 計算の安定性が融合系が核子を閉じこめるのに十分ではないためと思われる。また、物理的な過程つまり核子の統計的な蒸発 (evaporation) についても考慮する必要がある。この evaporation について考察しよう。統計理論^[52,53] によって与えられる neutron 放出に対する複合核の寿命 τ_n は、次のように計算する。

$$\begin{aligned} \tau_n &= \frac{\hbar}{\Gamma_n}, \quad \Gamma_n = \frac{T^2}{\pi \epsilon_0} e^{-B_n/T}, \\ \epsilon_0 &\equiv \frac{\hbar^2}{2mR^2}, \quad B_n = 8 \text{ MeV}, \quad T = \sqrt{E_{ex}/a}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

ここでは核半径を $R = 1.2A^{1/3}$ fm、励起エネルギー $E_{ex} = E_{lab}/2 + Q$, $Q = E_{bind}({}^{32}\text{S}) - 2E_{bind}({}^{16}\text{O}) = 16.5$ MeV、融合核の質量数 $A = 32$ の値を使用する。単位密度パラメータ a は実験値を考慮して $A/8$ または $A/13$ を使う。このパラメータ値に対する τ_n の値は表 1 に示してある。良く使われる a の値は $A/8$ であるが、高い励起エネルギーでは $A/13$ になるという報告があるので^[54] この場合も示す。蒸発理論から計算される τ_n の値と T_f の値とを比較すると、 $E_{lab} = 80 \sim 100$ MeV では大まかに言って $\tau_n \approx T_f$ であり、これより低エネルギーでは $T_f < \tau_n$ で高いエネルギーでは $\tau_n < T_f$ である。

表 1: ${}^{16}\text{O} + {}^{16}\text{O}$ 衝突で生じる ${}^{32}\text{S}$ 複合核の温度 T 、崩壊幅 Γ_n 、寿命 τ_n の値。

$E_{lab}(\text{MeV})$	$a = A/8$			$a = A/13$		
	$T(\text{MeV})$	$\Gamma_n(\text{MeV})$	$\tau_n(\text{fm}/c)$	T	Γ_n	τ_n
20	2.6	6.6×10^{-2}	3.0×10^3	3.3	2.1×10^{-1}	9.4×10^2
30	2.8	1.0×10^{-1}	1.9×10^3	3.6	3.1×10^{-1}	6.5×10^2
60	3.4	2.5×10^{-1}	8.0×10^2	4.3	6.7×10^{-1}	3.0×10^2
80	3.8	3.7×10^{-1}	5.3×10^2	4.8	9.6×10^{-1}	2.0×10^2
100	4.1	5.2×10^{-1}	3.8×10^2	5.2	1.3	1.5×10^2
140	4.7	8.6×10^{-1}	2.3×10^2	5.9	2.0	9.7×10^1
180	5.2	1.3	1.6×10^2	6.6	2.9	6.9×10^1
220	5.6	1.7	1.2×10^2	7.2	3.7	5.3×10^1

完全融合のイベントを同定するのに、次の 2 通りの方法が考えられる。1 つは、形成される核の質量数 A_f の $t = 350$ fm/c に於ける下限を 29 とするものである (方法 I)。これは完全融合断面積の実験値が最大になる $E_{lab} = 60$ MeV に於いて計算値が実験値を再現するように決める方法である。2 番目の方法は $E_{lab} = 60$ MeV で実験値を再現するように A_f の下限を決め (3 個の核子放出を仮定)、更に neutron 蒸発に対する寿命から $t = 350$ fm/c に於いて $E_{lab} \leq 60$ MeV では 0 個、 $80 \leq E_{lab} \leq 140$ MeV では 1 個、 $160 \leq E_{lab}$ MeV では 2 個の蒸発を加えるものである (方法 II)。二つの方法とも $E_{lab} \leq 60$ MeV で 3 個の核子の放出を仮定しているがこれはこの QMD 計算がまだ核子の閉じこめに対して或程度の不安定性を持っている事を意味する。

図 10 は方法 I で計算した融合確率 $P_f(b)$ の衝突径数 b 依存性である。黒丸は (4.2) 式の n/N で誤差棒は (4.4) 式の ΔP_f を用いて $2\Delta P_f$ で与えられる。入射エネルギー E_{lab} が 80

MeV より上では、 E_{lab} が増大するのに従い、全ての衝突径数でほぼ一様に P_f が減少していく。また融合反応の起こる衝突径数の上限も僅かずつであるが減少している。方法 II で計算した場合も同様の入射エネルギー依存性を示している。衝突径数毎の完全融合確率 $P_f(b)$ をもとにして得られる完全融合断面積を、実験値と比較しているのが図 11 である。低い値の断面積は方法 I によるもので、方法 II によるものは高い値のものである。特に後者は実験値と非常に良く一致している。

図 10

図 11

入射エネルギーが $E_{\text{lab}} \lesssim 80$ MeV では、それが増加すると完全融合断面積や完全融合確率が減少して行くが、完全融合に代わって起こる反応機構について考察する。図 12 は核子放出の時間発展の様子を示している。入射エネルギー E_{lab} が増加すると共に衝突初期に放出される核子の個数が増加する事がわかる。これは衝突初期に核子を放出して残りの系が融合する、不完全融合反応が入射エネルギーの増加と共に増える事を意味している。この様子は全ての衝突径数に共通して見られる。また、入射エネルギーの増加と共に周縁領域で融合反応がだんだん無くなって行くのは、不完全融合とは別に深部非弾性散乱的な機構によるものである。この深部非弾性散乱は衝突径数が約 6 fm で $E_{\text{lab}} \geq 180$ MeV の領域でみられた。

図 12

入射エネルギーの増加と共に完全融合反応の減少する原因は多くの著者によって議論されている。^[55~61] 彼らは、融合反応の消失は臨界距離^[56~58] や yrast line^[59,60] (または statistical yrast line^[61]) から導かれる臨界角運動量の存在の為であるとしている。これらの議論に共通している事は、融合確率 $P_f(l)$ が $0 \leq l \leq l_{\text{cr}}$ の領域で 1 であり、 $l_{\text{cr}} \leq l$ の領域で 0 であると仮定している点である。我々の QMD 計算の結果では、ある程度以上の入射エネルギーになると周縁領域だけではなく中心領域でも $P_f(l)$ が 1 より小さくなる。実験的には、 $E_{\text{lab}} \lesssim 10$ MeV/u のエネルギーでは不完全融合は主に周縁領域で起こるという報告^[62,63] があるが、周縁領域に限られないという報告^[64,65] もある。

5. 入射核破砕反応

フラグメントの質量数分布から軽い核同士の反応機構の概観を得るとともに、フェルミエネルギーより低い領域での融合反応についての定量的な考察をする事ができた。フェルミエネルギーより高い領域での反応機構については、放出される核子や軽いクラスターに関する物理量を定量的に解析した。しかし関与者-傍観者反応のような機構の理解には、入射核に起源を持つ大質量数のフラグメントの運動量 (または運動エネルギー) を定量的に解析する事が必要である。

5.1. 入射核フラグメントの運動量分布

関与者-傍観者反応とは、核と核の重ならない部分は反応に寄与せず、入射速度に近い速度を保ったまま放出されるものである。この場合、フラグメントの速度分布を近似するものに Goldhaber model^[41]がある。

$$\text{Yield} \propto \exp[-(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)^2 / 2\sigma^2], \quad (5.1)$$

$$\sigma = \sigma_0 \sqrt{A_f(A_{\text{proj}} - A_f)/(A_{\text{proj}} - 1)} \quad (5.2)$$

これは特に高入射エネルギーの反応で実験データを良く再現するが、入射エネルギーが低くなるに従い、フラグメントの高運動量成分の分布の幅にくらべて低運動量成分の幅が大きくなる、などのずれが生ずる事が知られている。^[66,67]

図 13 に示すのは $^{14}\text{N}(70 \text{ MeV/u}) + ^{12}\text{C} \rightarrow ^{13}\text{X}$ 反応の、フラグメント ^{13}X の運動量分布である。この計算には実験の傾向である低運動量側の tail が現われている。実験で得られる高運動量側の分布の幅から Goldhaber model によって計算される換算幅 σ_0 は、入射エネルギーに依存し生成されるフラグメントに依らないが、我々の計算による換算幅は実験値^[66,67] より大きい。更に $^{14}\text{N}(35 \text{ MeV/u}) + ^{12}\text{C}$ の場合は質量数が 13 より小さなフラグメントでは peak 位置のずれも大きいし、多数の核子をはぎ取られる反応では議論に耐え得るほどの精度が得られない。 $E_{\text{lab}} = 70 \text{ MeV/u}$ に比べ $E_{\text{lab}} = 35 \text{ MeV/u}$ の場合に再現性が悪い事を考えると、核間の相互作用が強すぎるために QMD 計算による換算幅が大きすぎたり、生成フラグメント質量数依存性が大きくなっているのではないと思われる。

図 13

そこで我々の計算での高運動量側の幅の起源として、入射核破碎反応に依る部分と、核間相互作用から来る spurious な部分があると仮定する。その核間相互作用による部分を

$$\sigma_{0\ N-N} \equiv \sqrt{\sigma_0^2(A_f = 13) - \sigma_{0\ \text{exp}}^2} \quad (5.3)$$

とすると、それを用いて補正された幅と補正された換算幅

$$\sigma_{\text{adj}} = \sqrt{\sigma^2 - \sigma_{0\ N-N}^2 \cdot A_f/13}, \quad (5.4)$$

$$\sigma_{0\ \text{adj}} = \sigma_{\text{adj}} \sqrt{(A_{\text{proj}} - 1)/A_f(A_{\text{proj}} - A_f)} \quad (5.5)$$

を計算することが出来る。表 2 に $\sigma_{0\ \text{exp}}$ として 69 MeV/c ($E_{\text{lab}} = 35\ \text{MeV/u}$)^[66], 90 MeV/c ($E_{\text{lab}} = 70\ \text{MeV/u}$)^[67] を用いて計算した $\sigma_{0\ \text{adj}}$ を示す。 $E_{\text{lab}} = 70\ \text{MeV/u}$ の場合、この補正によりかなりよく実験を再現している。

表 2: フラグメント運動量分布の補正された換算幅 $\sigma_{0\ \text{adj}}$ の値。

	$A_f = 13$	12	11	10
QMD($E_{\text{lab}} = 35\ \text{MeV/u}$)	69(fit)	85	160	99
QMD($E_{\text{lab}} = 70\ \text{MeV/u}$)	90(fit)	91	86	88

5.2. QMD の持つ問題点

入射核フラグメントの運動量分布については、ある補正を行う事によって分布の幅をある程度再現できる事がわかった。しかしこれはあくまでも現在の我々の QMD 計算の悪い点を補ったもので、核の初期条件を変える等の改善の余地がある。つまり、QMD 計算の初期条件を作る際に、核表面の広がりが大きいと、クーロン力に対して核力の効き方が長距離的になり、核間の引力が大きすぎる可能性があるのである。衝突径数の小さな反応を扱う際は問題がないが、周縁衝突を定量的に扱う場合この様な点に注意しなくてはならない。

周縁衝突を定量的に扱うには使用する初期条件の核の密度分布をより精密にする必要がある。これには、反対称化を正しく扱った Antisymmetrized Molecular Dynamics (AMD)^[33,34]

や、標的核を適切な密度分布により与えられる外場として扱う QMD 法、^[24,25] Gauss 波束の幅を動的に扱う QMD^[38] (Appendix C) を用いる事がその対策として考えられる。AMD は Gauss 波束のスレーター行列式を波動関数として、Gauss 波束の中心座標を波動関数のパラメータとしてその時間発展を時間依存変分原理によって記述するものである。初期条件の核は、エネルギーを最低にするような座標パラメータを探して得られ、QMD では実現できない shell 模型の波動関数やクラスター模型の波動関数をも記述する事が出来る。

また QMD や AMD の枠組みでは、核から核子が放出されるとき核子が平面波になれずにいつまでも波束の状態にいるので、その零点振動のエネルギーを損するため核子放出が起こりにくくなる。この問題については、AMD では核子やクラスターの重心運動の零点エネルギーを人為的に除くような項をハミルトニアンに付加している。また従来の QMD では、核子の零点振動のエネルギーをハミルトニアンから除外してこの問題を防いでいるが、その代わり基底状態の核の性質を多少犠牲にしている。つまり、励起した核を基底状態と考えて使用しているのである。その点、波束の幅を時間依存にした QMD の枠組みでは、従来の QMD よりよい密度分布を得る事ができるだけでなく、核子が放出されるときに核子が平面波に近い状態になれるので、エネルギーの損が少なくなる可能性がある。

6. 重イオン反応のタイムスケール

6.1. フラグメント質量数分布の時間変化

QMD は重イオン反応を微視的にシミュレートする事ができ、これによって反応の詳細を調べる事ができる。特に反応の時間発展は、反応機構の本質的な理解につながり、また最近実験と理論の比較からフラグメントの生成される時間を測定するという研究^[68]が行われる等、注目されている課題である。QMD 計算による $^{14}\text{N}(35\text{ MeV/u})+^{12}\text{C}$ 及び $^{40}\text{Ar}(44\text{ MeV/u})+^{27}\text{Al}$ 反応の質量数分布の時間変化を表したのが図 14 である。各々の枠に示してある時刻は中心衝突を仮定した接触後の時刻で、従って近似的な“接触後の時刻”である。いずれの反応でも、接触直後の大フラグメントが短い時間スケールで小さいフラグメントに崩壊してゆき、90 ~ 100 fm/c で分布の形がだいたい定まる。その後フラグメントは長時間のスケールで緩やかに崩壊する。また中間質量フラグメントの起源は多重破碎反応 (multi-fragmentation) から来るのか統計崩壊から来るのか盛んに議論がなされているが、約 60 fm/c でその中間質量フラグメントが現れているのが見られる。

図 14

6.2. 統計崩壊計算の必要性

我々は QMD 計算によって重イオン反応機構の概観を得るとともに実験的に観測される物理量の再現にもある程度の成功をしてきた。QMD の様なシミュレーションは衝突初期の系の状態に対する仮定をせずに反応機構について議論する事ができるが、無限に長い時間を追いかける事は原理的に不可能である。我々はまた反応の時間発展についてもいくつかの計算を通してその定性的な様相を知る事ができた。それによると衝突初期の約 100 fm/c の間に反応の激しい過程が終わり、その後蒸発過程のような穏やかな機構が長時間かけて発現する。その統計崩壊の過程がどの程度重要であり非常に長時間の後の系の状態がどの様になるのかを推定する事は簡単ではない。実際、QMD 計算で得られたフラグメントは入射エネルギーや衝突径数にもよるが、かなり励起した状態にある。図 15 は $^{14}\text{N}+^{12}\text{C}(35\text{ MeV/u})$ と $^{40}\text{Ar}+^{27}\text{Al}(44\text{ MeV/u})$ の反応で約 450 fm/c の後に得られるフラグメントの内部エネルギーの平均値である。フラグメントがどの程度励起しているかを知るのは自明ではないが、液滴模型との比較を行う事にする。QMD の様な古典的な計算では基底状態の原子核は液滴模型に似ていると考えるのが自然

である。図中、実曲線で示してあるのが液滴模型で計算される基底状態の内部エネルギー (結合エネルギーの逆符号) である。またこの曲線は QMD 計算の初期条件に fit するために一定値を加えてある。この曲線と計算で得られるフラグメントの内部エネルギーとの差をそのフラグメントの励起エネルギーと考える。従って図で示されている内部エネルギーの平均値と曲線との差がフラグメントの励起エネルギーの平均値であると考えられる。これらは衝突後約 450 fm/c の時刻でのものであるが、中間質量フラグメントの励起や、初期条件の核より大きなフラグメントの励起がかなり大きく、統計的崩壊をした後の物理量は崩壊前のものとはかなり異なっている可能性がある。

図 15

従来の統計崩壊計算は、初期条件の複合核の質量数や励起エネルギー、角運動量を簡単なモデルを用いて仮定しており、動的過程の効果を充分に取り込んでているとは言えない。逆に QMD のようなシミュレーションでは非常に長時間のスケールの物理を扱うことは不可能であるから、QMD 計算の後に統計崩壊計算を付加することは 2 種類の計算の取り入れられていない面を互いに補うことにもなる。

6.3. 多段階統計崩壊計算

QMD 計算で得られるフラグメントの質量数と荷電数、角運動量、及び前節の方法で計算される励起エネルギーを元に、それらのフラグメントの統計的崩壊の後の最終的なフラグメントを計算する事ができる。これには蒸発模型に基づく Pühlhofer の CASCADE コード^[69]と基本的に同一な多段階統計崩壊計算を以下のように行う。励起エネルギー及びスピンの (E_1, J_1) であるような核 1 が 2 個の核 $2(E_2, J_2)$ 及び $3(E_3, J_3)$ に崩壊する部分幅は

$$\Gamma dE_2 dE_3 = \frac{\rho_2(E_2, J_2)\rho_3(E_3, J_3)}{2\pi\rho_1(E_1, J_1)} \sum_{J_{23}=|J_2-J_3|}^{J_2+J_3} \sum_{L=|J_1-J_{23}|}^{J_1+J_{23}} T_L dE_2 dE_3 \quad (6.1)$$

と書ける。ここで ρ_i は核 $i(E_i, J_i)$ の準位密度で、それは準位密度パラメータ $a = A/8\text{ MeV}^{-1}$ を用いたフェルミガスの公式によって求める。ただし、実験的に準位がわかっている範囲についてはそれらを元に計算する。透過係数 T_L は角運動量 L のチャンネルでの $(2+3 \rightarrow 1)$ の融合

反応の確率で、簡単な $T_L = \theta(L_c - L)$ という形を仮定している。ここで臨界角運動量 L_c は

$$E_1 - E_2 - E_3 - Q = \frac{\hbar^2 L_c (L_c + 1)}{2\mu_{23} R_{23}} + \frac{Z_2 Z_3 e^2}{R_{23}} \quad (6.2)$$

のように与えられる。また、簡単のために

$$\rho_3(E_3, J_3) = \delta(E_3) \delta(J_3 - J_{\text{ground}}) \quad (6.3)$$

のように放出される核 $3(A_3 \leq A_2)$ が基底状態にあると仮定する。

核の gamma 崩壊についても考慮し、その部分幅は

$$\Gamma_\gamma dE_\gamma = \frac{\rho_1(E_1 - E_\gamma, J_2)}{2\pi\rho_1(E_1, J_1)} \sum_{L=|J_1-J_2|}^{J_1+J_2} T_\gamma(L) dE_\gamma, \quad (6.4)$$

で与えられ、係数 $T_\gamma(L)$ にはエネルギー依存の E1、E2、M1 遷移強度関数を使う。

この様にして計算される部分幅に比例する確率で崩壊後のチャンネルの生成断面積を分配する。そして崩壊によって生成された新しいフラグメントについても同様の計算を行い、全てのフラグメントが基底状態に達するまで崩壊過程を追いかける。統計崩壊計算の初期の核の励起エネルギーは、前節で触れたように液滴模型の曲線との相違から求める。

6.4. フラグメント質量数分布

以上の QMD 計算に多段階統計崩壊計算を付加するという枠組みで計算される物理量が実験値をどの程度再現するかを図 16 の $^{14}\text{N}(35 \text{ MeV/u}) + ^{12}\text{C}^{[66]}$ と $^{40}\text{Ar}(44 \text{ MeV/u}) + ^{27}\text{Al}^{[70]}$ 衝突で生成されるフラグメントの質量数分布から見る事ができる。白丸が実験値を示しており、図で破線は衝突後約 450 fm/c の時刻での分布で、QMD 計算のみによるものである。この計算だけでも大まかな分布の構造は再現している。ヒストグラムで示してあるのは破線のフラグメントの多段階統計崩壊計算を行った後の分布で、無限大の時刻での分布である。QMD のみの場合に比べ、実験値の再現が非常に良くなっている。

図 16

QMD 計算から統計崩壊計算に移行する時刻は、今の場合衝突後約 450 fm/c にとっているが、計算結果がこの移行時刻 t_{sw} に依ってはならない。そこで移行時刻 t_{sw} を初期の段階に移した場合との比較が図 17 である。 $^{14}\text{N}(35 \text{ MeV/u}) + ^{12}\text{C}$ の場合は t_{sw} を 150 fm/c に、 $^{40}\text{Ar}(44 \text{ MeV/u}) + ^{27}\text{Al}$ では t_{sw} を 220 fm/c にした場合を点線で示し、約 450 fm/c の場合を実線で示してある。QMD 計算による異なる時刻での分布の違いに比べ、統計崩壊計算を施した後の相違が非常に小さくなっているのがわかる。従って最終結果が t_{sw} に依っていないと言う事ができる。

図 17

より詳細に見て気づく点が 2 つある。まず 1 点は、非常に軽いクラスター ($A_f \sim 3$) について t_{sw} による違いが見られる。早い時期に切り替えた場合は軽いクラスターの生成が幾分多い。これは QMD 計算では軽いクラスターの生成を過小評価する傾向にある事を意味している。2 点目は衝突する系による違いで、 $^{14}\text{N}(35 \text{ MeV/u}) + ^{12}\text{C}$ の場合は $^{40}\text{Ar}(44 \text{ MeV/u}) + ^{27}\text{Al}$ に比べてフラグメント質量数分布が多少早めに安定化する様である。つまり QMD 計算による分布では、時刻による相違が前者の方が小さい。小さな系の方が大きな系に比べて早く冷却するのかもしれない。

6.5. 統計崩壊の寄与

QMD とそれに付加した多段階統計崩壊計算によって重イオン反応で生成されるフラグメントの質量数分布を良く再現することが出来るが、この節では統計崩壊のプロセスはどの程度重要であるのかを議論する。図 18 では QMD 計算で作られたフラグメントを 5 つの bin に分け、それぞれのフラグメントが最終的な分布にどの程度の寄与を持っているかを示したものである。 $^{14}\text{N}(35 \text{ MeV/u}) + ^{12}\text{C}$ の場合は、小さいフラグメント ($A_f \leq 4$) は統計崩壊してもあまり分布が変わらない事から、早い時期に安定化するか、基底状態に近い状態で現れるという事が出来る。また、 α 粒子に対する寄与はあまり大きくない。中間質量のフラグメントも最終的なフラグメントに対する寄与はあまり大きくない。ところが入射核の質量数に近いフラグメントは、最終的なフラグメントの分布に対する寄与が極めて大きく、更に分布の定性的な形を決めているようにも見える。入射核よりも大きいフラグメントは元々断面積が小さく、最終的な分布に対する寄与も小さい。

図 18

$^{40}\text{Ar}(44 \text{ MeV/u}) + ^{27}\text{Al}$ の場合では、 $^{14}\text{N}(35 \text{ MeV/u}) + ^{12}\text{C}$ の場合と同じように小さなフラグメントは統計崩壊によってあまり分布が変わらない。また α 粒子に対する寄与もあまり大きくない。そして最終的な分布に対しては $11 \leq A_f \leq 30$ の大きなフラグメントからの寄与が大きい。入射核より重いフラグメントはやはり寄与が小さい。しかし $31 \leq A_f \leq 40$ のフラグメントは中間質量フラグメント ($A_f \sim 10$) に対してはあまり大きな寄与はない。

6.6. 動力学的過程と統計崩壊過程の分離

重イオン反応を記述するには QMD のような微視的な枠組みによって衝突初期の動力学的な過程を取扱い、統計理論に基づいた多段階の崩壊計算によって反応の後半を取り扱う必要がある事がわかったが、どの時刻で動力学的な非平衡の段階から統計力学的な平衡の段階に移行するのであろうか。QMD の枠組みの範囲では、質量数分布の激しい変化は衝突後約 100 fm/c の時間内に起こるようであった。より定量的に反応過程の移行を求める方法の 1 つとして考えられるのは以下のようなものである。我々は t_{sw} の時刻に QMD 計算から統計崩壊計算に切り替えている。この切り替え刻が十分に遅い段階 ($t_{\text{sw}} > t_{\text{cr}}$) であれば計算する物理量の最終結果 (統計崩壊の後の値) は、 t_{sw} の値には依らない。これは QMD がある程度まで統計崩壊を記述できるからである。しかし統計崩壊計算は動力学的な過程の記述ができないため、非常に初期の段階に計算法を切り替える ($t_{\text{sw}} < t_{\text{cr}}$) とそれまでと異なる結果を得ることになる。不変の結果を得ることのできる時刻の最小値が t_{cr} であり、これが系の非平衡から平衡に達する時刻であると考えられる。勿論この方法は反応機構のタイムスケールを知る唯一の方法ではなく、相空間の分布関数から直接知ることには出来ると思われるが、これは現在ある枠組みを活用する方法という事ができる。図 19 は $^{40}\text{Ca}(40 \text{ MeV/u}) + ^{40}\text{Ca}$ 系の反応で、 t_{sw} をいくつか変えた場合のフラグメント荷電数分布を比較している。 $t_{\text{sw}} = 460 \text{ fm/c}$ の場合と $t_{\text{sw}} = 120 \text{ fm/c}$ の場合は、殆ど同じ最終結果に至るのに対し、 $t_{\text{sw}} = 80 \text{ fm/c}$ の場合は中間質量フラグメントを大きく過小評価しており、この時刻で統計崩壊計算には切り替えられないという事と、非平衡から平衡に移り変わる時刻 t_{cr} が $80 < t_{\text{cr}} < 120 \text{ fm/c}$ であることを示している。

図 19

黒丸で示してあるのは K. Hagel らによる 35 MeV/u での実験値である。^[71] 35 MeV/u での計算値は中間質量フラグメントを過小評価して、実験を再現しないので掲載していないが、40 MeV/u の計算をすると非常に良く一致する。エネルギーがずれているのは、入射エネルギーがフェルミエネルギーの近辺では反応機構が急激に変化する領域であり、計算で使用している有効核力や初期条件の核の性質などの微妙な要素が結果を左右するものと思われる。従って、5 MeV/u の相違はこの場合許容範囲内であろう。この実験は multi-fragmentation 模型による計算との比較によって 35 MeV/u という低いエネルギーで、multi-fragmentation が起こっている可能性を示しているものであるが、我々の計算では中心衝突の場合は周縁衝突の場合に比べて大フラグメントが多く生成されている (図 20)。中心衝突では不完全融合によって大フラグメントが生成され、周縁衝突で入射核破砕片のような傍観者的な部分及び関与者的な部分に由来する中間質量数フラグメントを多く生成するのではないかとと思われる。周縁衝突まで含めた方が実験値の再現性が良く、統計崩壊の寄与も大きい事を考えると、我々の計算は必ずしもこの実験での multi-fragmentation を支持しているとは言えない。

図 20

7. 終章

この研究では重イオン反応を記述するのに不可欠な平均場と2核子衝突の両方の効果を含んでいる Quantum Molecular Dynamics を用いて約 1 MeV/u から 数 100 MeV/u の広いエネルギー領域での重イオン反応の計算を行い、エネルギーと衝突径数に対する反応機構の依存性の概観を得た。それには生成されたフラグメントの質量数分布や、放出される核子の運動エネルギーが反応機構を特徴づける手がかりになる。ここではフラグメントを扱うことが本質的に重要であり、現在広く使われている VUU 方程式では取り扱うことのできないものである。

ここで得られた反応機構は、これまでの実験等によって知られている概念によく一致するものであった。低エネルギーでは融合反応が起こり入射エネルギーの上昇によって不完全核融合が起こるようになる。また非常に周縁衝突では非弾性散乱や準弾性散乱が起こる。しかし、完全融合反応から不完全融合に移行する領域では衝突径数依存性が非常に小さく、かなり周縁領域まで似たような融合確率を持っている事は QMD 計算に特徴的に現れた様相である。また入射エネルギーが 数 10 MeV/u を越えると衝突径数によって機構が大きく変化し、中心衝突では系の explosion が起こり、周縁領域になると関与者-傍観者反応や、入射核破碎反応のように核の一部がはぎ取られるような機構になる。この様に入射エネルギーのある値を境にして重イオン反応の機構が非常に違った様相を示す事が改めてはっきりとしてきた。しかしここで得られた反応機構は比較的軽い重イオン系のものであり、重い系については計算を行っていない。より重い系の衝突では入射エネルギーや衝突径数に対し異なった依存性を示したり、軽い系とは異なる反応機構が存在するかも知れない。反応機構の質量数依存性を調べる事は、研究を系統的に行う上で不可欠であるが、重イオン反応機構を支配している大きな要因と思われる表面の効果を理解する為にも特に重要であり興味深い。

個々の反応については、まず低エネルギーでの融合反応を扱い、QMD の枠組みによって完全融合断面積の実験値を非常に正確に再現する事ができた。また、低エネルギーの衝突に於いても2核子衝突が核同士の透過を妨げるという重要な役割を持っている事が明らかになった。そして TDHF 計算によって予測されていた“fusion window”の考えを否定する結果になった。

次に中高エネルギー領域の周縁衝突で典型的な機構である入射核破碎反応を定量的に解析するために、生成される入射核フラグメントの運動量分布を計算し、実験では Goldhaber 則に従う運動量分布の幅が QMD のようなシミュレーションによって再現することができるかを調べた。しかし定性的には運動量分布を再現できるが、得られる幅が実験値と比較して大きすぎる結

果になった。これは QMD 計算では核同士の相対運動のエネルギーの散逸が大きく起こるためであり、周縁衝突の反応を定量的に扱うには何らかの改善が必要である事がわかった。QMD 計算の問題点は、反対称化を無視した古典的な方程式によっている事、核子を一定の幅の Gauss 波束に限っている事、初期条件の核の密度分布が多少現実とそぐわない事、2核子衝突の断面積や有効核力のパラメータの不定性などいくつか挙げられる。特にこの問題の場合は初期条件の核の表面付近の密度分布が広がりすぎている為ではないかと思われる。これには標的核を適切な密度分布を持った外場として扱う方法や、反対称化を取り入れた計算である AMD を使う事によって、初期条件の核の性質をより正確に扱う事ができ余分な核間相互作用を減らす事ができると思われる。AMD は反対称化を厳密に扱っている点が最大の特徴であるが、ここでは比較的エネルギーの高い領域を扱っているのでこの場合は反対称化を扱っている点よりも核の密度分布が正確である点が重要であろう。また Gauss 波束の幅を時間依存にした枠組みは、初期条件の密度分布や、核子が放出される際の核との相互作用が通常の QMD とは異なると思われるので周縁衝突をより定量的に扱う事ができるかも知れない。

使用する枠組み以外にも、有効核力や2核子衝突の断面積を見直す必要がある。現在使用している有効核力は運動量依存性の無い簡単化した Skyrme 力で、stiff な状態方程式を与えるものである。重イオン衝突に於ける flow を再現するには stiff なものや運動量依存性のある soft なものが知られている。核間の相互作用がエネルギーの散逸に関わる場合、有効核力の違いも重要になるであろう。また入射核破碎反応で核子放出に最も深く関わっている2核子衝突の断面積は、有効核力以上に重要な要因と思われる。現在はエネルギーに依存せずに 30 mb の値を使用していて、衝突のさせ方も、断面積の距離内に核子が入った場合に散乱されるという非常に簡単な方法を用いている。自由な核子の衝突断面積は入射エネルギー依存性が大きく、低エネルギーで大きく、1 GeV 当たりまで減少していく。30 mb という値は媒質効果を考慮していて自由なものの断面積よりかなり小さい。しかし核表面の核子の衝突断面積は媒質中のこの値より大きいはずである。衝突のさせ方には、ある距離で θ 関数的に確率を与えるだけでなく例えば核子の Gauss 波束の分布に従って衝突の確率を決めるような事も考えられ、この場合核と核が離れていても核子衝突が起こり得るので核間相対運動のエネルギーの散逸が小さくなるかも知れない。いずれにしても周縁衝突を扱う場合は定量性を左右する幾つもの要因があり、状況は簡単ではない。

次に反応の時間発展に関する考察を行った。ここでは QMD 計算で生成されるフラグメントの統計崩壊までを扱う枠組みを導入し、実験値のより精密な再現が可能になっただけでなく、

QMDによって記述する衝突初期の動的な部分から統計崩壊計算によって記述する非常に長時間の部分まで、反応のすべての段階を統一的に取り扱う事ができるようになった。これを用いてフェルミエネルギー付近の反応の時間的发展を追いかけて、フラグメントの生成されるおよそのタイムスケールを議論した。その結果、約 $100 \text{ fm}/c$ の時刻でフラグメント質量数分布の大体の形が定まる事がわかった。また統計的崩壊によって分布がどの程度変化するかを計算し、衝突によって生成される比較的大きなフラグメントが最終的なフラグメントの分布を左右している事や α 粒子のような軽いクラスターはかなりの部分が統計崩壊によって生成されているという事がわかった。また、QMD計算から統計崩壊計算に切り替える時刻を変えて見る事によって、非平衡の動的段階から統計崩壊の段階に移行する時刻を求める事が可能であることを示し、 $^{40}\text{Ca}+^{40}\text{Ca}(40 \text{ MeV}/u)$ 反応では約 $100 \text{ fm}/c$ がその時刻であるという結果を得た。

この $^{40}\text{Ca}+^{40}\text{Ca}$ 反応では multi-fragmentation 機構を仮定する模型によってフラグメント分布が再現されており、この様に低いエネルギー領域でも multi-fragmentation が起こるのではないかと指摘されているのだが、我々の計算では中心衝突だけではなく周縁衝突まで含めた方がフラグメント分布の再現性が良く、multi-fragmentation 的な反応が起こっているとは考えにくい。しかし我々の計算で完全に実験値を再現できた訳ではなく、十分に再現ができない内は確かな事は言えない。つまり我々の計算では実験値を再現するには入射エネルギーを高めにしてやる必要もあるし、中間質量のフラグメントを十分に再現している訳でもない。これには使用する有効核力や2核子衝突断面積などを検討し直す必要があるだろう。

反応のタイムスケールを知る事は反応機構の理解に非常に重要であるから、広いエネルギー領域に於ける個々の反応を調べる際にも重視して取り組む必要がある。また、非平衡の段階と統計崩壊の段階を区別するときには相空間の情報から直接それを知る事ができるはずであり、その方法についても考えていくべきである。

謝辞

本研究は主に京都大学大型計算機センターを利用して行った。大阪大学核物理研究センター及び東京大学原子核研究所からは京大センター計算機の計算費と、それぞれの研究所の計算機の使用というかたちで援助ををしていただいた。また、日本原子力研究所及び核融合科学研究所、理化学研究所にも計算機の使用をさせていただいた。

京都大学の堀内昶氏には日常的な研究指導と議論をしていただき、大阪大学核物理研究センターの大西明氏、京都大学の小野章氏には共同研究者として日常的な議論をしていただいた事に深く感謝致します。また、玉垣良三氏をはじめとする京都大学理学部原子核理論研究室の方々にも有益な議論と励ましを頂いた事を深く感謝いたします。

APPENDIX A

Skyrme 力及びクーロン力によるハミルトニアン

Skyrme 力の特に簡単なものは zero range の相互作用で、引力の 2 体力、斥力の 3 体力の部分からなり、

$$V_{ij}^{(2)} = t_2 \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j), \quad (\text{A.1})$$

$$V_{ijk}^{(3)} = t_3 \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k) \quad (\text{A.2})$$

の様に書ける。この相互作用によるポテンシャルは、

$$U_i^{(2)} = \sum_j \int d^3r \frac{t_2}{(\pi L^2)^3} \exp[-(\mathbf{R}_i - \mathbf{r})^2/L^2 - (\mathbf{R}_j - \mathbf{r})^2/L^2] \quad (\text{A.3})$$

$$= \sum_j \frac{t_2}{(\pi L^2)^{3/2}} \exp[-(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)^2/2L^2] \quad (\text{A.4})$$

$$= \sum_j t_2 <\rho_i>_j \quad (\text{A.5})$$

$$U_i^{(3)} = \frac{1}{2} \sum_{jk} \int d^3r \frac{t_3}{(\pi L^2)^{9/2}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{R}_i - \mathbf{r})^2 + (\mathbf{R}_j - \mathbf{r})^2 + (\mathbf{R}_k - \mathbf{r})^2}{L^2}\right] \quad (\text{A.6})$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{jk} \frac{t_3}{(\pi L^2)^{3/2}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)^2 + (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_k)^2 + (\mathbf{R}_k - \mathbf{R}_i)^2}{3L^2}\right] \quad (\text{A.7})$$

$$\approx \frac{1}{2} \sum_{jk} \frac{t_3}{(\pi L^2)^{3/2}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)^2 + (\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_k)^2}{2L^2}\right] \quad (\text{A.8})$$

$$= \frac{1}{2} \frac{t_3}{(\pi L^2)^{3/2}} \left(\sum_j \exp[-(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)^2/2L^2] \right)^2 \quad (\text{A.9})$$

$$= \frac{4t_3}{3^{3/2}} \left(\sum_j <\rho_i>_j \right)^2 \quad (\text{A.10})$$

の様になる。但し j 番目の核子による i 番目の核子が感じる密度を

$$<\rho_i>_j \equiv \int d^3r \rho_i(\mathbf{r}) \rho_j(\mathbf{r}) \quad (\text{A.11})$$

$$= \frac{1}{(2\pi L^2)^{3/2}} \exp[-(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)^2/2L^2] \quad (\text{A.12})$$

とする。

クーロン力

$$V_{ij}^{(c)} = \frac{q^2}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \quad (\text{A.13})$$

による核子 i の感じるポテンシャルは、

$$U_i^{(c)} = q^2 \sum_j \int d^6r \rho_i(\mathbf{r}_i) \rho_j(\mathbf{r}_j) \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \quad (\text{A.14})$$

$$= q^2 \sum_j \int d^6r \frac{1}{(\pi L^2)^3} \exp\left[-\frac{(\mathbf{R}_i - \mathbf{r}_i)^2 + (\mathbf{R}_j - \mathbf{r}_j)^2}{L^2}\right] \times \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} du \exp[-u^2(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2] \quad (\text{A.15})$$

$$= q^2 \sum_j \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} du \frac{1}{\sqrt{L^2 u^2 + 1}^3} \exp\left[-\frac{(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)^2 2L^2 u^2}{2L^2(2L^2 u^2 + 1)}\right] \quad (\text{A.16})$$

$$= q^2 \sum_j \frac{2}{|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|}{\sqrt{2}L^2}} e^{-x^2} dx \quad (\text{A.17})$$

$$= q^2 \sum_j \frac{2}{|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|} \operatorname{erf}\left[\frac{|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|}{\sqrt{2}L^2}\right] \quad (\text{A.18})$$

の様になる。但し erf は誤差関数である。

$$\operatorname{erf}(x) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x dt e^{-t^2} \quad (\text{A.19})$$

Skyrme 力は既に述べたように、密度依存力として扱うことが出来るが、より一般的に ν

体力として扱うとどのようになるだろうか。 ν 体力を

$$V_{1\dots\nu} = t_\nu \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3) \dots \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_\nu) \quad (\text{A.20})$$

の様に定義すると、この ν 体力によるポテンシャルは

$$U_1^{(\nu)} = \frac{t_\nu}{(\nu-1)!} \sum_{23\dots\nu} \int \frac{d^3r}{(\pi L^2)^{3\nu/2}} \exp \left[-\frac{(\mathbf{R}_1 - \mathbf{r})^2 + \dots + (\mathbf{R}_\nu - \mathbf{r})^2}{L^2} \right] \quad (\text{A.21})$$

$$= \frac{t_\nu}{(\nu-1)!} \sum_{23\dots\nu} \int \frac{d^3r}{(\pi L^2)^{3\nu/2}} \exp \left[-\nu \left(\mathbf{r} - \frac{1}{\nu} (\mathbf{R}_1 + \dots + \mathbf{R}_\nu) \right)^2 / L^2 \right. \\ \left. - \frac{1}{\nu} ((\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)^2 + \dots + (\mathbf{R}_{\nu-1} - \mathbf{R}_\nu)^2) / L^2 \right] \quad (\text{A.22})$$

$$= \frac{t_\nu}{(\nu-1)!} \sum_{23\dots\nu} \frac{(\pi L^2 / \nu)^{3/2}}{(\pi L^2)^{3\nu/2}} \\ \times \exp \left[-\frac{1}{\nu} ((\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)^2 + \dots + (\mathbf{R}_{\nu-1} - \mathbf{R}_\nu)^2) / L^2 \right] \quad (\text{A.23})$$

$$\approx \frac{t_\nu}{(\nu-1)!} \frac{1}{\nu^{3/2} (\pi L^2)^{3(\nu-1)/2}} \\ \times \sum_{23\dots\nu} \exp \left[-\frac{(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)^2 + \dots + (\mathbf{R}_{\nu-1} - \mathbf{R}_\nu)^2}{2L^2} \right] \quad (\text{A.24})$$

$$= \frac{t_\nu}{(\nu-1)!} \frac{2^{3(\nu-1)/2}}{\nu^{3/2}} \left(\sum_i < \rho_i > \right)^{\nu-1} \quad (\text{A.25})$$

ちなみに $\nu = 3$ のとき

$$U_1^{(3)} = \frac{4t_3}{3^{3/2}} \left(\sum_i < \rho_i > \right)^{\nu-1} \quad (\text{A.26})$$

ν は整数であるが、 ν 体密度依存ポテンシャルを一般的に

$$U_1^{(\nu)} = \frac{t_\nu}{\Gamma(\nu)} \frac{2^{3(\nu-1)/2}}{\nu^{3/2}} \left(\sum_i < \rho_i > \right)^{\nu-1} \\ (\nu: \text{real}, > 2) \quad (\text{A.27})$$

と定義する。

パラメータ t_2, t_3 は、一様な核物質の性質を再現するように決められる。一様媒質の密度を ρ とすると

$$\sum_{i=1}^{\infty} \rho_i(\mathbf{r}) = \rho = \text{const} \quad (\text{A.28})$$

であるから、

$$\sum_{j=1}^{\infty} < \rho_i >_j = \sum_{j=1}^{\infty} \int d^3r \rho_i(\mathbf{r}) \rho_j(\mathbf{r}) \quad (\text{A.29})$$

$$= \int d^3r \rho \rho_i(\mathbf{r}) \quad (\text{A.30})$$

$$= \rho. \quad (\text{A.31})$$

従って一様媒質中で核子 i の感じる potential は、

$$U_i^{(2)} + U_i^{(\nu)} = t_2 \sum_{j=1}^{\infty} < \rho_i >_j + \frac{2^{3(\nu-1)/2}}{\Gamma(\nu) \nu^{3/2}} \left(\sum_{j=1}^{\infty} < \rho_i >_j \right)^{\nu-1} \quad (\text{A.32})$$

$$= t_2 \rho + \frac{2^{3(\nu-1)/2}}{\Gamma(\nu) \nu^{3/2}} \rho^{\nu-1} \quad (\text{A.33})$$

$$\equiv \alpha \frac{\rho}{\rho_0} + \beta \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma \quad (\text{A.34})$$

となる。核物質の性質を再現するような α, β, γ の値が、soft な状態方程式、stiff な状態方程式を与えるものについて分かっている。具体的には表3のようになる。以上のポテンシャルを用いて、ハミルトニアンは

$$H = T + H^{(2)} + H^{(\nu)} + H^{(c)}, \quad (\text{A.35})$$

$$H^{(2)} = \frac{1}{2} \sum_i U_i^{(2)}, \quad (\text{A.36})$$

$$H^{(\nu)} = \frac{1}{\nu-1} \sum_i U_i^{(\nu)}, \quad (\text{A.37})$$

$$H^{(c)} = \frac{1}{2} \sum_i U_i^{(c)} \quad (\text{A.38})$$

などの様になる。

表 3: Skyrme 力のパラメータ α, β, γ と、その時の非圧縮率 K の値。

incompressibility $K(\text{MeV})$	$\alpha(\text{MeV})$	$\beta(\text{MeV})$	γ	EOS
200	-356	303	7/6	soft
380	-124	70.5	2	stiff

APPENDIX B

フラグメント運動量の幅について

運動量を P_{cut} 以上で cut off した核子運動量分布関数から計算されるフラグメントの運動量分布の分散 $(\Delta p^f)^2$ は

$$(\Delta p^f)^2 = (N_0)^{A_f} \int d^3 p_1 \cdots d^3 p_{A_f} (\mathbf{p}^f - \mathbf{P}^f)^2 G_1 \cdot \Theta_1 \cdots G_{A_f} \cdot \Theta_{A_f}$$

の様に計算される。ここで、

$$G_i = \left(\frac{L^2}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{L^2}{\hbar^2} (\mathbf{p}_i - \mathbf{P}_i)^2 \right], \quad (\text{B.1})$$

$$\Theta_i = \theta(P_{\text{cut}} - |\mathbf{p}_i - \mathbf{P}_i|), \quad (\text{B.2})$$

$$\mathbf{p}^f = \sum_i^{A_f} \mathbf{p}_i, \quad \mathbf{P}^f = \sum_i^{A_f} \mathbf{P}_i, \quad (\text{B.3})$$

$$N_0 = \left[\int d^3 p_1 G_1 \cdot \Theta_1 \right]^{-1} \quad (\text{B.4})$$

である。 $(\mathbf{p}^f - \mathbf{P}^f)^2 = (\sum_i^{A_f} (\mathbf{p}_i - \mathbf{P}_i))^2$ であるから内部座標 $\mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_{A_f}$ での積分をすると

$$(\Delta p^f)^2 = (N_0)^{A_f} \int d^3 p_1 \cdots d^3 p_{A_f} G_1 \cdot \Theta_1 \cdots G_{A_f} \cdot \Theta_{A_f}$$

$$\times \left(A_f (\mathbf{p}_1 - \mathbf{P}_1)^2 + \frac{A_f(A_f - 1)}{2} (\mathbf{p}_1 - \mathbf{P}_1)(\mathbf{p}_2 - \mathbf{P}_2) \right) \quad (\text{B.5})$$

$$= A_f N_0 \int d^3 p_1 G_1 \cdot \Theta_1 \cdot (\mathbf{p}_1 - \mathbf{P}_1)^2 \quad (\text{B.6})$$

を得る。これと同じ分散をフラグメント運動量に対する cut off から得るには、

$$\begin{aligned} & N_0 \int d^3 p^f \left(\frac{\pi L^2}{A_f} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{L^2 (\mathbf{p}^f - \mathbf{P}^f)^2}{A_f \hbar^2} \right] \theta(\sqrt{A_f} P_{\text{cut}} - |\mathbf{p}^f - \mathbf{P}^f|) \cdot (\mathbf{p}^f - \mathbf{P}^f)^2 \\ &= N_0 \int A_f^{3/2} d^3 q \left(\frac{\pi L^2}{A_f} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{L^2 q^2}{\hbar^2} \right] \theta(P_{\text{cut}} - |\mathbf{q}|) \cdot A_f q^2 \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

$$= A_f N_0 \int d^3 p_1 G_1 \cdot \Theta_1 \cdot (\mathbf{p}_1 - \mathbf{P}_1)^2 \quad (\text{B.8})$$

であるから

$$P_{\text{cut}}^f = \sqrt{A_f} P_{\text{cut}} \quad (\text{B.9})$$

とすれば良い。

APPENDIX C

幅を時間依存にした QMD について

幅を時間依存にした QMD の枠組みでは Gauss 波束の運動は、ニュートン方程式と stochastic な 2 核子衝突とによって記述される。ここではニュートン方程式のみについて議論する。系の波動関数を

$$\Psi = \prod_i \phi_i \quad (\text{C.1})$$

のように反対称化を無視して 1 粒子波動関数の積で表す。核子の 1 粒子波動関数を

$$\phi_i = \left(\frac{\nu_i + \nu_i^*}{2\pi} \right)^{3/4} \exp \left[-\frac{\nu_i}{2} (\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)^2 + \frac{i}{\hbar} \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{r} \right], \quad (\text{C.2})$$

$$\nu_i = \frac{1}{\lambda_i} + i\delta_i \quad (\text{C.3})$$

の様に複素数の幅を持った Gauss 波束とする。

$$\langle \phi_i | i\hbar \frac{d}{dt} | \phi_i \rangle = i\hbar \int d^3r \left(\frac{\nu_i + \nu_i^*}{2\pi} \right)^{3/2} \left[\frac{3(\dot{\nu}_i + \dot{\nu}_i^*)}{4(\nu_i + \nu_i^*)} + \frac{i}{\hbar} \dot{\mathbf{P}}_i \cdot \mathbf{R}_i - \frac{\dot{\nu}_i}{2} (\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)^2 \right] \times \exp \left[-\frac{\nu_i + \nu_i^*}{2} (\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)^2 \right] \quad (\text{C.4})$$

$$= i\hbar \left[\frac{3(\dot{\nu}_i + \dot{\nu}_i^*)}{4(\nu_i + \nu_i^*)} + \frac{i}{\hbar} \dot{\mathbf{P}}_i \cdot \mathbf{R}_i - \frac{3\dot{\nu}_i}{2(\nu_i + \nu_i^*)} \right] \quad (\text{C.5})$$

$$= -i\hbar \frac{3(\dot{\nu}_i - \dot{\nu}_i^*)}{4(\nu_i + \nu_i^*)} - \dot{\mathbf{P}}_i \cdot \mathbf{R}_i \quad (\text{C.6})$$

$$= \frac{3\hbar}{4} \lambda_i \dot{\delta}_i - \dot{\mathbf{P}}_i \cdot \mathbf{R}_i \quad (\text{C.7})$$

であるから、ラグランジアンは

$$\mathcal{L} = \langle \Phi | i\hbar \frac{d}{dt} - \hat{H} | \Phi \rangle \quad (\text{C.8})$$

$$= \sum_i \langle \phi_i | i\hbar \frac{d}{dt} | \phi_i \rangle - \langle \Phi | \hat{H} | \Phi \rangle \quad (\text{C.9})$$

$$= \sum_i \left[\frac{3\hbar}{4} \lambda_i \dot{\delta}_i - \dot{\mathbf{P}}_i \cdot \mathbf{R}_i \right] - H(\mathbf{P}, \mathbf{R}, \lambda, \delta) \quad (\text{C.10})$$

の様に書ける。系の運動方程式は、

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} \quad (\text{C.11})$$

より、

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{R}}_i &= \frac{\partial H}{\partial \mathbf{P}_i}, & \dot{\mathbf{P}}_i &= -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{R}_i}, \\ \frac{3\hbar}{4} \dot{\lambda}_i &= -\frac{\partial H}{\partial \delta_i}, & \frac{3\hbar}{4} \dot{\delta}_i &= \frac{\partial H}{\partial \lambda_i} \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

となる。ちなみに通常の QMD では、Gauss 波束の幅の虚数部分 δ を考慮に入れないので、運動方程式は

$$\dot{\mathbf{R}}_i = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{P}_i},$$

$$\dot{\mathbf{P}}_i = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{R}_i} \quad (\text{C.13})$$

となる。

波動関数を半古典的に扱うのによく使われる分布関数は、

$$f_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \int d^3s \phi_i(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{s}}{2}) \phi_i^*(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{s}}{2}) \exp(-\frac{i}{\hbar} \mathbf{p} \cdot \mathbf{s}) \quad (\text{C.14})$$

の様に波動関数の Wigner 変換で得られる。幅を時間依存にした QMD の場合、1 粒子分布関数は

$$f_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \left(\frac{\nu_i + \nu_i^*}{2\pi} \right)^{3/2} \int d^3s \exp \left[-\frac{\nu_i}{2} (\mathbf{r} - \mathbf{R}_i + \frac{\mathbf{s}}{2})^2 + \frac{i}{\hbar} \mathbf{P}_i (\mathbf{r} + \frac{\mathbf{s}}{2}) - \frac{\nu_i^*}{2} (\mathbf{r} - \mathbf{R}_i - \frac{\mathbf{s}}{2})^2 - \frac{i}{\hbar} \mathbf{P}_i (\mathbf{r} - \frac{\mathbf{s}}{2}) - \frac{i}{\hbar} \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{s} \right] \quad (\text{C.15})$$

$$= 8 \exp \left[-\frac{2\nu_i \nu_i^*}{\nu_i + \nu_i^*} (\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)^2 + \frac{2i \nu_i - \nu_i^*}{\hbar (\nu_i + \nu_i^*)} (\mathbf{p} - \mathbf{P}_i) (\mathbf{r} - \mathbf{R}_i) - \frac{2}{\hbar^2 (\nu_i + \nu_i^*)} (\mathbf{p} - \mathbf{P}_i)^2 \right] \quad (\text{C.16})$$

$$= 8 \exp \left[-\frac{1 + \lambda_i^2 \delta_i^2}{\lambda_i} (\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)^2 - 2 \frac{\lambda_i \delta_i}{\hbar} (\mathbf{p} - \mathbf{P}_i) (\mathbf{r} - \mathbf{R}_i) - \frac{\lambda_i}{\hbar^2} (\mathbf{p} - \mathbf{P}_i)^2 \right] \quad (\text{C.17})$$

の様になる。ちなみにハミルトニアンを計算する際に必要ないくつかの物理量は

$$\rho_i(\mathbf{r}) = \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} f_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{1}{\sqrt{\pi\lambda_i}^3} \exp \left[-\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)^2}{\lambda_i} \right], \quad (\text{C.18})$$

$$\rho_i^{(p)}(\mathbf{p}) = \int d^3r f_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = 8 \sqrt{\frac{\pi\lambda_i}{1 + \lambda_i^2 \delta_i^2}} \exp \left[-\frac{\lambda_i}{\hbar^2 (1 + \lambda_i^2 \delta_i^2)} (\mathbf{p} - \mathbf{P}_i)^2 \right] \quad (\text{C.19})$$

$$\langle r^2 \rangle_i = \int d^3r r^2 \rho_i(\mathbf{r}) = \mathbf{R}_i^2 + \frac{3}{2} \lambda_i \quad (\text{C.20})$$

$$\langle p^2 \rangle_i = \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} p^2 \rho_i^{(p)}(\mathbf{p}) = \mathbf{P}_i^2 + \frac{3\hbar^2 (1 + \lambda_i^2 \delta_i^2)}{2\lambda_i} \quad (\text{C.21})$$

などの様になる。孤立した核子または相互作用の無い系の核子の時間発展は、1粒子のハミルトニアンとして

$$H = \frac{\langle p^2 \rangle}{2m} \quad (\text{C.22})$$

$$= \frac{\mathbf{P}^2}{2m} + \frac{3\hbar^2(1 + \lambda^2\delta^2)}{4m\lambda} \quad (\text{C.23})$$

を考えると、運動方程式は

$$\dot{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{P}}{m}, \quad (\text{C.24})$$

$$\dot{\mathbf{P}} = 0, \quad (\text{C.25})$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{2\hbar}{m}\lambda\delta, \quad (\text{C.26})$$

$$\dot{\delta} = -\frac{\hbar}{m}\left(\frac{1}{\lambda^2} - \delta^2\right) \quad (\text{C.27})$$

の様になる。例えば初期条件として $\delta = 0$ を選ぶと、式 (C.27) より δ は負の値で大きくなっていく。すると式 (C.26) より、 λ は正の値で大きくなり従って λ は増加していく。これと式 (C.20) から分かるように孤立した波束つまり核から放出された核子は広がっていく事になる。この場合は零点エネルギー $3\hbar^2(1 + \lambda^2\delta^2)/4m\lambda$ は保存されるので核からの核子放出でエネルギーを得するかどうかは自明でないが、親核との相互作用に影響を与えることは確かなので、この枠組みによって核子放出がより正しく扱えるのではないと思われる。

REFERENCES

1. T. Maruyama, A. Ohnishi and H. Horiuchi, Phys. Rev. **C42** (1990), 386.
2. T. Maruyama, A. Ohnishi and H. Horiuchi, Phys. Rev. **C45** (1992), 2355.
3. T. Maruyama, A. Ono, A. Ohnishi and H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. **87** (1992), No. 6, 1367.
4. G. F. Bertsch, H. Kruse and S. Das Gupta, Phys. Rev. **C29** (1984), 673.
5. H. Kruse, B. V. Jacak, J. J. Molitoris, G. D. Westfall and H. Stöcker, Phys. Rev. **C31** (1985), 1770.
6. C. Grégoir, B. Rémaud, F. Sébille, L. Vinet and Y. Raffray, Nucl. Phys. **A465** (1987), 317.
7. G. F. Bertsch and S. Das Gupta, Phys. Rep. **160** (1988), 189.
8. P. Schuck, R. W. Hasse, J. Jaenicke, C. Grégoire, B. Rémaud, F. Sébille and E. Suraud, Prog. Part. Nucl. Phys. **22** (1989), 181.
9. G. F. Bertsch, H. Kruse and S. Das Gupta, Phys. Rev. **C29** (1984), 673.
10. J. Aichelin and G. F. Bertsch, Phys. Rev. **C31** (1985), 1730.
11. H. Kruse, B. V. Jacak, J. J. Molitoris, G. D. Westfall and H. Stöcker, Phys. Rev. **C31** (1985), 1770.
12. C. Grégoir, B. Rémaud, F. Sébille, L. Vinet and Y. Raffray, Nucl. Phys. **A465** (1987), 317.
13. J. J. Molitoris and H. Stöcker, Phys. Rev. **C32** (1985), 346.
14. W. Bauer, G. F. Bertsch, W. Cassing and U. Mosel, Phys. Rev. **C34** (1986), 2127.
15. B. Rémaud, C. Grégoir, F. Sébille and L. Vinet, Phys. Lett. **B180** (1986), 198.
16. C. Y. Wong, Phys. Rev. **C25** (1982), 1460.

- 13) $^{14}\text{N}(70\text{ MeV/u})+^{12}\text{C}$ 反応で生じる質量数 13 のフラグメント ^{13}X の運動量分布。
- 14) $^{14}\text{N}(35\text{ MeV/u})+^{12}\text{C}$ 及び $^{40}\text{Ar}(44\text{ MeV/u})+^{27}\text{Al}$ 系のフラグメント質量数分布の時間変化。衝突径数について積分してある。示してある時刻は中心衝突の場合の接触後の時刻である。
- 15) QMD 計算で生成されたフラグメントの内部エネルギーの平均値。実線は液滴模型によるエネルギー
- 16) $^{14}\text{N}(35\text{ MeV/u})+^{12}\text{C}$ 及び $^{40}\text{Ar}(44\text{ MeV/u})+^{27}\text{Al}$ 系の生成フラグメント質量数分布。破線は QMD 計算の段階での分布で、ヒストグラムは統計崩壊の後の分布である。白丸は実験値を示している。
- 17) 異なる時刻に QMD から統計崩壊へ切り替えた場合の結果の比較。
- 18) QMD フラグメントの質量数毎に見た統計崩壊の寄与。白丸が時刻約 450 fm/c に於ける QMD 計算によるフラグメントの分布で、点線のヒストグラムは白丸のフラグメントが統計崩壊した後の分布である。実線のヒストグラムはすべての bin のヒストグラムをたし合わせたものである。
- 19) $^{40}\text{Ca}(40\text{ MeV/u})+^{40}\text{Ca}$ 系の生成フラグメント荷電数分布。QMD から統計崩壊への切り替え時刻 t_{sw} をいくつか変えた場合を比較している。黒丸は 35 MeV/u の実験値。
- 20) $^{40}\text{Ca}(40\text{ MeV/u})+^{40}\text{Ca}$ 系の生成フラグメント荷電数分布。中心衝突 ($b < 3\text{ fm}$) のみの寄与を表している。黒丸は 35 MeV/u の実験値。

33. A. Ono, H. Horiuchi, T. Maruyama and A. Ohnishi, Prog. Theor. Phys. **87** (1992), No. 5, 1185.
34. A. Ono, H. Horiuchi, T. Maruyama and A. Ohnishi, Phys. Rev. Lett. **68** (1992), No. 19, 2898.
35. C. Hartnack, Li Zhuxia, L. Neise, G. Peilert, A. Rosenhauer, H. Sorge, J. Aichelin, H. Stöcker and W. Greiner, Nucl. Phys. **A495** (1989), 303c.
36. D. H. Boal and J. N. Glosli, Phys. Rev. **C38** (1988), 2621.
37. D. H. Boal, J. N. Glosli and C. Wicentowich, Phys. Rev. **C40** (1989), 601.
38. P. Valta, J. Konopka, A. Bohnet, J. Jaenicke, S. Huber, C. Hartnack, G. Peilert, L.W. Neise, J. Aichelin, H. Stöcker and W. Greiner, Nucl. Phys. **A538** (1992), 417c.
39. A. Ohnishi, T. Maruyama and H. Horiuchi, preprint KUNS 1021 (1990).
40. L. Wilet, E. M. Henley, M. Kraft and A. D. MacKellar, Nucl. Phys. **A282** (1977), 341.
41. A. S. Goldhaber, Phys. Lett. **B53** (1974), 306.
42. C. B. Chitwood, D. J. Fields, C. K. Gelbke, D. R. Klesch, W. G. Lynch, M. B. Tsang, T. C. Awes, R. L. Ferguson, F. E. Obenshain, F. Plasil, R. L. Robinson and G. R. Young, Phys. Rev. **C34** (1986), 858.
43. M. Tohyama, Phys. Rev. **C36** (1987), 187.
44. B. Fernandez, C. Gaarde, J. S. Larsen, S. Pontoppidan and F. Videbaek, Nucl. Phys. **A306** (1978), 259.
45. F. Saint-Laurent, M. Conjeaud, S. Harar, J. M. Loiseaux, J. Menet and J. B. Viano, Nucl. Phys. **A327** (1979), 517.
46. A. Lazzarini, H. Doubre, K. T. Lesko, V. Metag, A. Seamster, R. Vandebosch and W. Merryfield, Phys. Rev. **C24** (1981), 309.
47. S. Kox, A. J. Cole and R. Ost, Phys. Rev. Lett. **44** (1980), 1204.

48. A. Szanto de Toledo, T. M. Cormier, M. Herman, B. Lin, P. M. Stwertka, M. M. Coimbra and N. Carlin Filho, Phys. Rev. Lett. **47** (1981), 1881.
49. H. Ikezoe, N. Shikazono, Y. Tomita, K. Ideno, Y. Sugiyama, E. Takekoshi, T. Tachikawa, and T. Nomura, Nucl. Phys. **A456** (1986), 298.
50. P. Bonche, B. Grammaticos, and S. E. Koonin, Phys. Rev. **C17** (1978), 1700.
51. P. G. Reinhard, A. S. Umar, K. T. R. Davies, M. R. Strayer and S. J. Lee, Phys. Rev. **C37** (1988), 1026.
52. T. E. O. Ericson, Adv. in Phys. **9** (1960), 425.
53. P. Bonche, S. Levit and D. Vautherin, Nucl. Phys. **A427** (1984), 278.
54. G. Nebbia, K. Hagel, D. Fabris, Z. Majka, J. B. Natowitz, R. P. Schmitt, B. Sterling, G. Mouchaty, G. Berkowitz, K. Strozewski, G. Viesti, P. L. Gonthier, B. Wilkins, M. N. Namboodiri and H. Ho, Phys. Lett. **176B** (1986), 20.
55. U. Mosel, *Treatise on Heavy-Ion Science*, edited by D. A. Bromley, (Plenum, New York, 1984) Vol. 2, p.1.
56. J. Galin, D. Guerreau, M. Lefort and X. Tarrago, Phys. Rev. **C9** (1974), 1018.
57. R. Bass, Nucl. Phys. **A231** (1974), 45.
58. D. Glas and U. Mosel, Phys. Rev. **C10** (1974), 2620.
59. M. Lefort, J. Phys. (Paris) Colloq. **33** (1972), C5.
60. S. Harar, *Nuclear Molecular Phenomena*, edited by N. Cindro, (North-Holland, Amsterdam, (1978), p.329.
61. S. M. Lee, T. Matsuse and A. Arima, Phys. Rev. Lett. **45** (1980), 165.
62. J. Wilczynski, K. Siwek-Wilczynska, J. Van Driel, S. Gonggrijp, D. C. J. M. Hageman, R. V. F. Janssens, J. Lukasiak, R. H. Siemssen and S. Y. Van Der Werf, Nucl. Phys. **A373** (1982), 109.
63. T. Inamura, M. Ishihara, T. Fukuda and T. Shimoda, Phys. Lett. **68B** (1977), 51.
64. H. Utsunomiya, T. Nomura, M. Ishihara, T. Sugitate, K. Ieki and S. Kohmoto, Phys. Lett. **105B**(891), 135.
65. H. Ikezoe, N. Shikazono, Y. Tomita, K. Ideno, Y. Sugiyama and E. Takekoshi, Nucl. Phys. **A444** (1985), 349.
66. A. Kiss, F. Deák, Z. Seres, G. Caskey, A. Galonsky, B. Remington and L. Heilbronn, Nucl. Phys. **A499** (1989), 131.
67. Y. Blumenfeld, et al, Nucl. Phys. **A445** (1986), 375.
68. M. Louvel et al., *Contributed Papers to IV Int. Conf. on Nucleus-Nucleus Collisions, Kanazawa, 1991*, RIKEN-AF-NP-105, p. 132.
69. F. Pühlhofer, Nucl. Phys. **A280** (1977), 267.
70. R. Dayras, A. Pagano, J. Barrette, B. Berthier, D.M. De Castro Rizzo, E. Chavez, O. Cisse, R. Legrain, M.C. Mermaz, E.C. Pollacco, H. Delagrange, W. Mittig, B. Heusch, R. Coniglione, G. Lanzano and A. Palmeri, Nucl. Phys. **A460** (1986), 299.
71. K. Hagel, M. Gonin, R. Wada, J. B. Natowitz, B. H. Sa, Y. Lou, M. Gui, D. Utley, G. Nebbia, D. Fabris, G. Prete, J. Ruiz, D. Drain, B. Chambon, B. Cheynis, D. Guinet, X. C. Hu, A. Demeyer, C. Pastor, A. Giorni, A. Lleres, P. Stassi, J. B. Viano and P. Gonthier, Phys. Rev. Lett. **64** (1992), 2141.

17. H. Stöcker, G. Buchwald, G. Graebner, P. Subramanian, J. A. Maruhn, W. Greiner, B. V. Jacak and G. D. Westfal, Nucl. Phys. **A400** (1983), 63c.
18. J. P. Bondorf, R. Donangelo, H. Schulz and K. Sneppen, Phys. Lett. **B162** (1985), 30
19. D. H. E. Gross, Y. M. Zhang and H. Massmann, Phys. Lett. **B200** (1988), 397.
20. S.E. Koonin and J. Randrup, Nucl. Phys. **A474** (1987), 173.
21. W.A. Friedman, Phys. Rev. **C40** (1989), 2055.
22. S. Leray, C. Ngô, M. E. Spina, B. Remaud, F. Sebillie and C. Grégoir, Proc. Fifth Int. Conf. Clustering Aspects in Nucl. and Subnucl. Systems, Kyoto, 1988 J. Phys. Soc. Jpn. **58** (1988), Suppl. p.679.
23. W. Bauer, G. F. Bertsch and S. Das Gupta, Phys. Rev. Lett. **58** (1987), 863.
24. A. Ohnishi, T. Maruyama and H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. **87** (1992), No. 2, 417.
25. A. Ohnishi, T. Maruyama and H. Horiuchi, Nucl. Phys. **A538** (1992), 429c.
26. J. Aichelin, Phys. Rep. **202** (1991), 233.
27. J. Aichelin and H. Stöcker, Phys. Lett. **176B** (1986), 14.
28. J. Aichelin, G. Peilert, A. Bohnet, A. Rosenhauer, H. Stöcker and W. Greiner, Phys. Rev. **C37** (1988), 2451.
29. G. Peilert, H. Stöcker, W. Greiner, A. Rosenhauer, A. Bohnet and J. Aichelin, Phys. Rev. **C39** (1989), 1402.
30. J. Aichelin, C. Hartnack, A. Bohnet, L. Zhuxia, G. Peilert, H. Stöcker and W. Greiner, Phys. Lett. **224B** (1989), 34.
31. A. Bohnet, N. Ohtsuka, J. Aichelin, R. Linden and A. Faessler, Nucl. Phys. **A494** (1989), 349.
32. H. Feldmeier, Nucl. Phys. **A515** (1990), 147.

33. A. Ono, H. Horiuchi, T. Maruyama and A. Ohnishi, Prog. Theor. Phys. **87** (1992), No. 5, 1185.
34. A. Ono, H. Horiuchi, T. Maruyama and A. Ohnishi, Phys. Rev. Lett. **68** (1992), No. 19, 2898.
35. C. Hartnack, Li Zhuxia, L. Neise, G. Peilert, A. Rosenhauer, H. Sorge, J. Aichelin, H. Stöcker and W. Greiner, Nucl. Phys. **A495** (1989), 303c.
36. D. H. Boal and J. N. Glosli, Phys. Rev. **C38** (1988), 2621.
37. D. H. Boal, J. N. Glosli and C. Wicentowich, Phys. Rev. **C40** (1989), 601.
38. P. Valta, J. Konopka, A. Bohnet, J. Jaenicke, S. Huber, C. Hartnack, G. Peilert, L.W. Neise, J. Aichelin, H. Stöcker and W. Greiner, Nucl. Phys. **A538** (1992), 417c.
39. A. Ohnishi, T. Maruyama and H. Horiuchi, preprint KUNS 1021 (1990).
40. L. Wile, E. M. Henley, M. Kraft and A. D. MacKellar, Nucl. Phys. **A282** (1977), 341.
41. A. S. Goldhaber, Phys. Lett. **B53** (1974), 306.
42. C. B. Chitwood, D. J. Fields, C. K. Gelbke, D. R. Klesch, W. G. Lynch, M. B. Tsang, T. C. Awes, R. L. Ferguson, F. E. Obenshain, F. Plasil, R. L. Robinson and G. R. Young, Phys. Rev. **C34** (1986), 858.
43. M. Tohyama, Phys. Rev. **C36** (1987), 187.
44. B. Fernandez, C. Gaarde, J. S. Larsen, S. Pontoppidan and F. Videbaek, Nucl. Phys. **A306** (1978), 259.
45. F. Saint-Laurent, M. Conjeaud, S. Harar, J. M. Loiseaux, J. Menet and J. B. Viano, Nucl. Phys. **A327** (1979), 517.
46. A. Lazzarini, H. Doubre, K. T. Lesko, V. Metag, A. Seamster, R. Vandenbosch and W. Merryfield, Phys. Rev. **C24** (1981), 309.
47. S. Kox, A. J. Cole and R. Ost, Phys. Rev. Lett. **44** (1980), 1204.

48. A. Szanto de Toledo, T. M. Cormier, M. Herman, B. Lin, P. M. Stwertka, M. M. Coimbra and N. Carlin Filho, Phys. Rev. Lett. **47** (1981), 1881.
49. H. Ikezoe, N. Shikazono, Y. Tomita, K. Ideno, Y. Sugiyama, E. Takekoshi, T. Tachikawa, and T. Nomura, Nucl. Phys. **A456** (1986), 298.
50. P. Bonche, B. Grammaticos, and S. E. Koonin, Phys. Rev. **C17** (1978), 1700.
51. P. G. Reinhard, A. S. Umar, K. T. R. Davies, M. R. Strayer and S. J. Lee, Phys. Rev. **C37** (1988), 1026.
52. T. E. O. Ericson, Adv. in Phys. **9** (1960), 425.
53. P. Bonche, S. Levit and D. Vautherin, Nucl. Phys. **A427** (1984), 278.
54. G. Nebbia, K. Hagel, D. Fabris, Z. Majka, J. B. Natowitz, R. P. Schmitt, B. Sterling, G. Mouchaty, G. Berkowitz, K. Strozewski, G. Viesti, P. L. Gonthier, B. Wilkins, M. N. Namboodiri and H. Ho, Phys. Lett. **176B** (1986), 20.
55. U. Mosel, *Treatise on Heavy-Ion Science*, edited by D. A. Bromley, (Plenum, New York, 1984) Vol. 2, p.1.
56. J. Galin, D. Guerreau, M. Lefort and X. Tarrago, Phys. Rev. **C9** (1974), 1018.
57. R. Bass, Nucl. Phys. **A231** (1974), 45.
58. D. Glas and U. Mosel, Phys. Rev. **C10** (1974), 2620.
59. M. Lefort, J. Phys. (Paris) Colloq. **33** (1972), C5.
60. S. Harar, *Nuclear Molecular Phenomena*, edited by N. Cindro, (North-Holland, Amsterdam, (1978), p.329.
61. S. M. Lee, T. Matsuse and A. Arima, Phys. Rev. Lett. **45** (1980), 165.
62. J. Wilczynski, K. Siwek-Wilczynska, J. Van Driel, S. Gonggrijp, D. C. J. M. Hageman, R. V. F. Janssens, J. Lukasiak, R. H. Siemssen and S. Y. Van Der Werf, Nucl. Phys. **A373** (1982), 109.

63. T. Inamura, M. Ishihara, T. Fukuda and T. Shimoda, Phys. Lett. **68B** (1977), 51.
64. H. Utsunomiya, T. Nomura, M. Ishihara, T. Sugitate, K. Ieki and S. Kohmoto, Phys. Lett. **105B**(891), 135.
65. H. Ikezoe, N. Shikazono, Y. Tomita, K. Ideno, Y. Sugiyama and E. Takekoshi, Nucl. Phys. **A444** (1985), 349.
66. A. Kiss, F. Deák, Z. Seres, G. Caskey, A. Galonsky, B. Remington and L. Heilbronn, Nucl. Phys. **A499** (1989), 131.
67. Y. Blumenfeld, et al, Nucl. Phys. **A445** (1986), 375.
68. M. Louvel et al., *Contributed Papers to IV Int. Conf. on Nucleus-Nucleus Collisions, Kanazawa, 1991*, RIKEN-AF-NP-105, p. 132.
69. F. Pühlhofer, Nucl. Phys. **A280** (1977), 267.
70. R. Dayras, A. Pagano, J. Barrette, B. Berthier, D.M. De Castro Rizzo, E. Chavez, O. Cisse, R. Legrain, M.C. Mermaz, E.C. Pollacco, H. Delagrange, W. Mittig, B. Heusch, R. Coniglione, G. Lanzano and A. Palmeri, Nucl. Phys. **A460** (1986), 299.
71. K. Hagel, M. Gonin, R. Wada, J. B. Natowitz, B. H. Sa, Y. Lou, M. Gui, D. Utley, G. Nebbia, D. Fabris, G. Prete, J. Ruiz, D. Drain, B. Chambon, B. Cheynis, D. Guinet, X. C. Hu, A. Demeyer, C. Pastor, A. Giorni, A. Lleres, P. Stassi, J. B. Viano and P. Gonthier, Phys. Rev. Lett. **64** (1992), 2141.

FIGURE CAPTIONS

- 1) $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 衝突によって生じたフラグメントの質量数分布。衝突径数は $b = 0, 3, 5$ fm である。分布は、質量数 A_f に多重度 N_{A_f} をかけた量で表してある。
- 2) 5つの質量数 bin に分けたフラグメントの多重度の時間変化。衝突は $b = 0$ fm の場合を示している。
- 3) 核子放出の割合 (1 fm/c の時間内に放出された核子の個数) の時間変化。衝突径数は $b = 0, 3, 5$ fm である。
- 4) 時刻 t に系の中心から 10 fm の距離を通過した核子の運動エネルギーの時間依存性。核子はクラスターに属するものと孤立したものの両方を含んでいる。
- 5) 時刻 t に放出された (孤立した) 核子の運動エネルギーの時間依存性。
- 6) 時刻 t に放出された (孤立した) 核子の親核との相対運動のエネルギーの時間依存性。
- 7) $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ 衝突によって生じた proton、deuteron 及び triton のエネルギースペクトル。実験室系に於ける角度は断面積の大きい方から $18^\circ, 40^\circ, 70^\circ, 130^\circ$ である。実線が計算値、破線が論文 [42] の実験値である。
- 8) (a) は $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}(b=0, 3, 5 \text{ fm})$ 衝突によって生じた質量数 $A_f \geq 5$ のクラスターの内部エネルギーの時間変化。(b) は $^{40}\text{Ca}+^{40}\text{Ca}(b=0 \text{ fm})$ の場合。
- 9) 2核子衝突を行わない QMD 計算による、 $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 系での融合反応の起こる領域。斜線で示してあるのは融合確率が $P_f \geq 0.5$ の領域である。
- 10) 2核子衝突を取り入れた通常の QMD 計算による融合確率 $P_f(b)$ の衝突径数依存性。誤差棒は式 (4.4) によって与えられる。
- 11) $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ 系の完全融合断面積。QMD による計算値が三角で示してあり、実験値は黒丸で示してある。計算値の内、断面積の大きい方は方法 I で計算したもので、小さい方は方法 II による。誤差は $P_f(b)$ の誤差によって計算される。
- 12) 核子放出の割合 (1 fm/c の時間内に放出された核子の個数) の時間変化。衝突径数は $b = 0, 3, 6$ fm である。実線が $E_{\text{lab}} = 80$ MeV の場合で、破線が 140 MeV、点線が 220 MeV の場合である。

- 13) $^{14}\text{N}(70 \text{ MeV/u})+^{12}\text{C}$ 反応で生じる質量数 13 のフラグメント ^{13}X の運動量分布。
- 14) $^{14}\text{N}(35 \text{ MeV/u})+^{12}\text{C}$ 及び $^{40}\text{Ar}(44 \text{ MeV/u})+^{27}\text{Al}$ 系のフラグメント質量数分布の時間変化。衝突径数について積分してある。示してある時刻は中心衝突の場合の接触後の時刻である。
- 15) QMD 計算で生成されたフラグメントの内部エネルギーの平均値。実線は液滴模型によるエネルギー
- 16) $^{14}\text{N}(35 \text{ MeV/u})+^{12}\text{C}$ 及び $^{40}\text{Ar}(44 \text{ MeV/u})+^{27}\text{Al}$ 系の生成フラグメント質量数分布。破線は QMD 計算の段階での分布で、ヒストグラムは統計崩壊の後の分布である。白丸は実験値を示している。
- 17) 異なる時刻に QMD から統計崩壊へ切り替えた場合の結果の比較。
- 18) QMD フラグメントの質量数毎に見た統計崩壊の寄与。白丸が時刻約 450 fm/c に於ける QMD 計算によるフラグメントの分布で、点線のヒストグラムは白丸のフラグメントが統計崩壊した後の分布である。実線のヒストグラムはすべての bin のヒストグラムをたし合わせたものである。
- 19) $^{40}\text{Ca}(40 \text{ MeV/u})+^{40}\text{Ca}$ 系の生成フラグメント荷電数分布。QMD から統計崩壊への切り替え時刻 t_{sw} をいくつか変えた場合を比較している。黒丸は 35 MeV/u の実験値。
- 20) $^{40}\text{Ca}(40 \text{ MeV/u})+^{40}\text{Ca}$ 系の生成フラグメント荷電数分布。中心衝突 ($b < 3 \text{ fm}$) のみの寄与を表している。黒丸は 35 MeV/u の実験値。

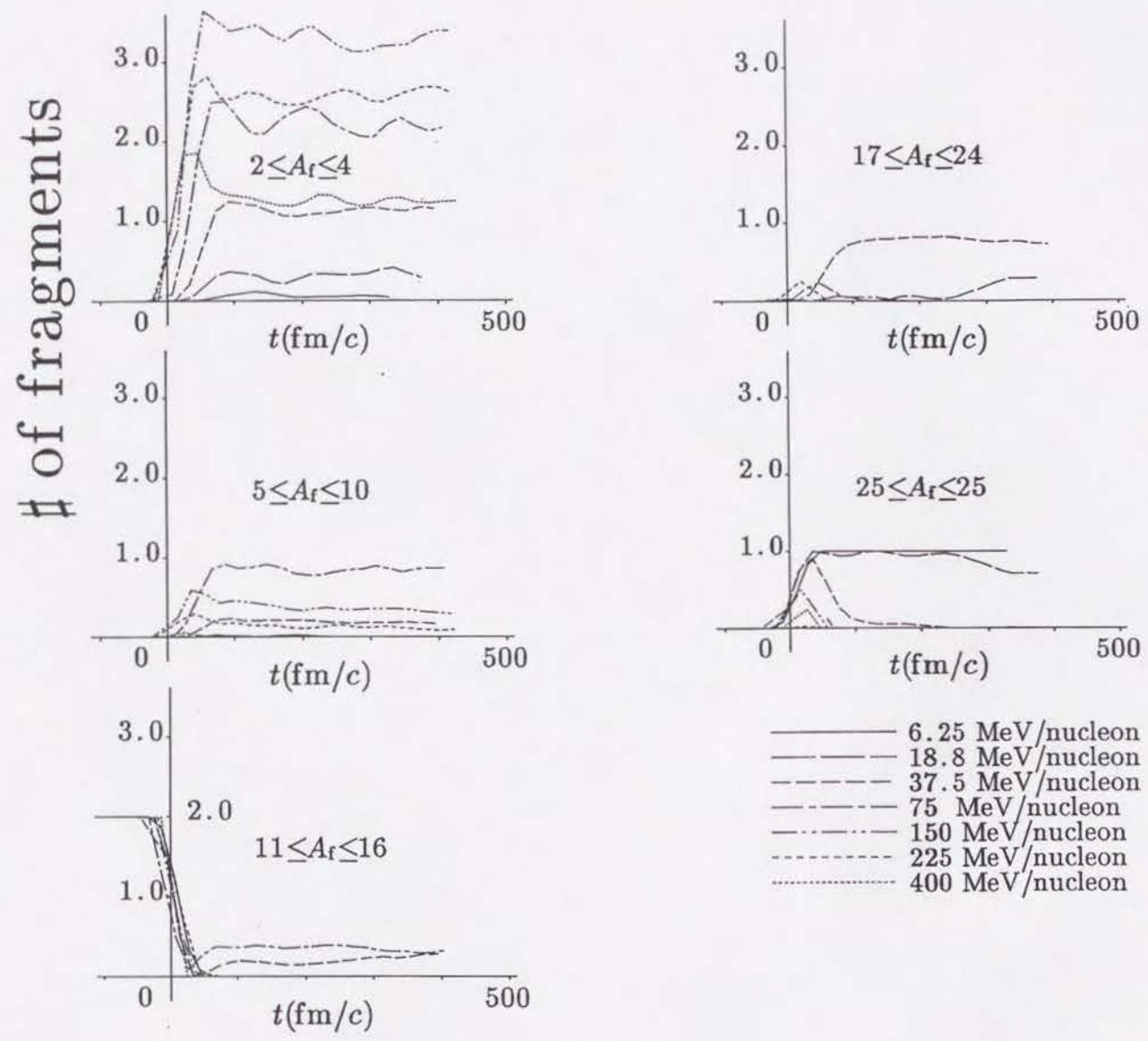


图 2

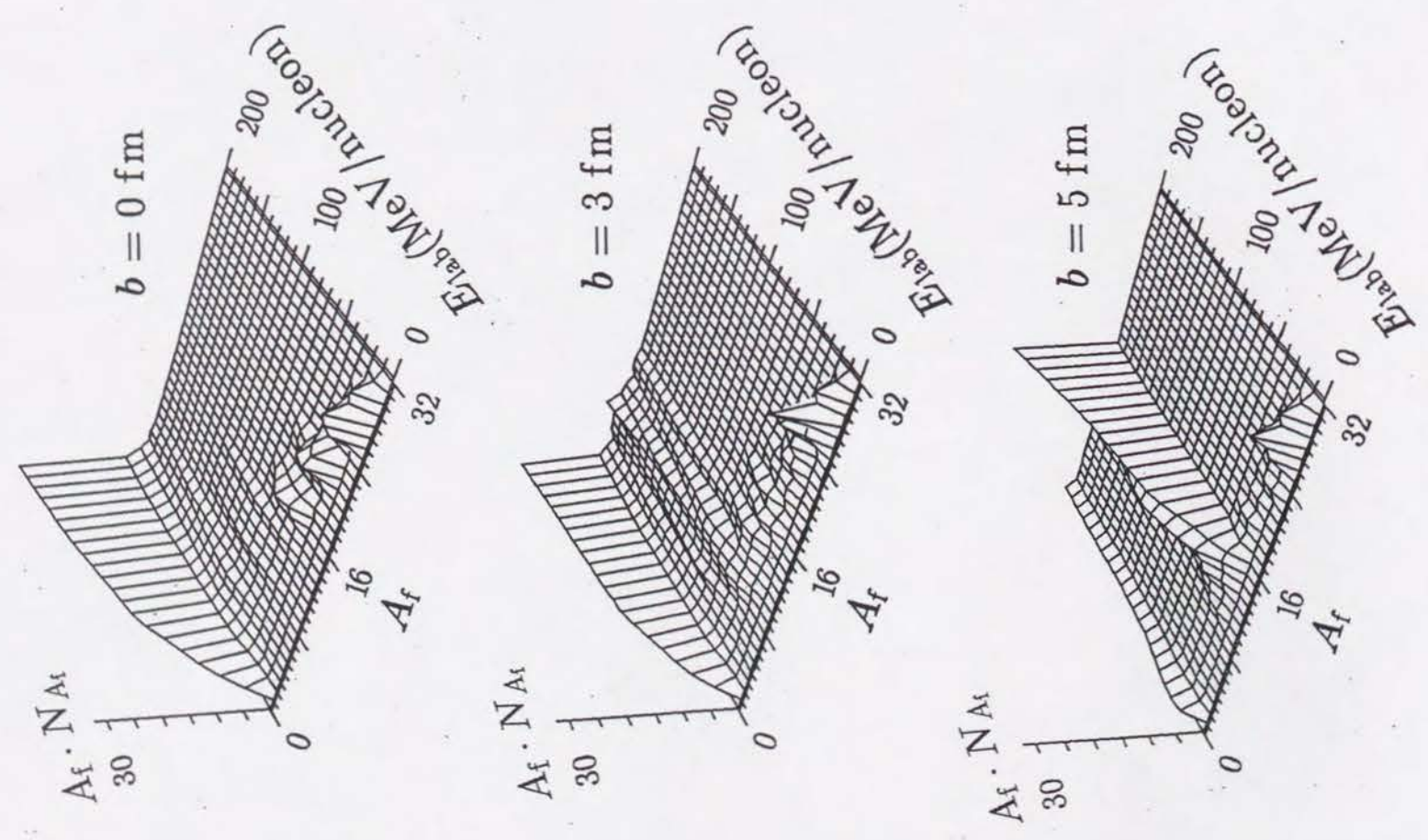


图 1

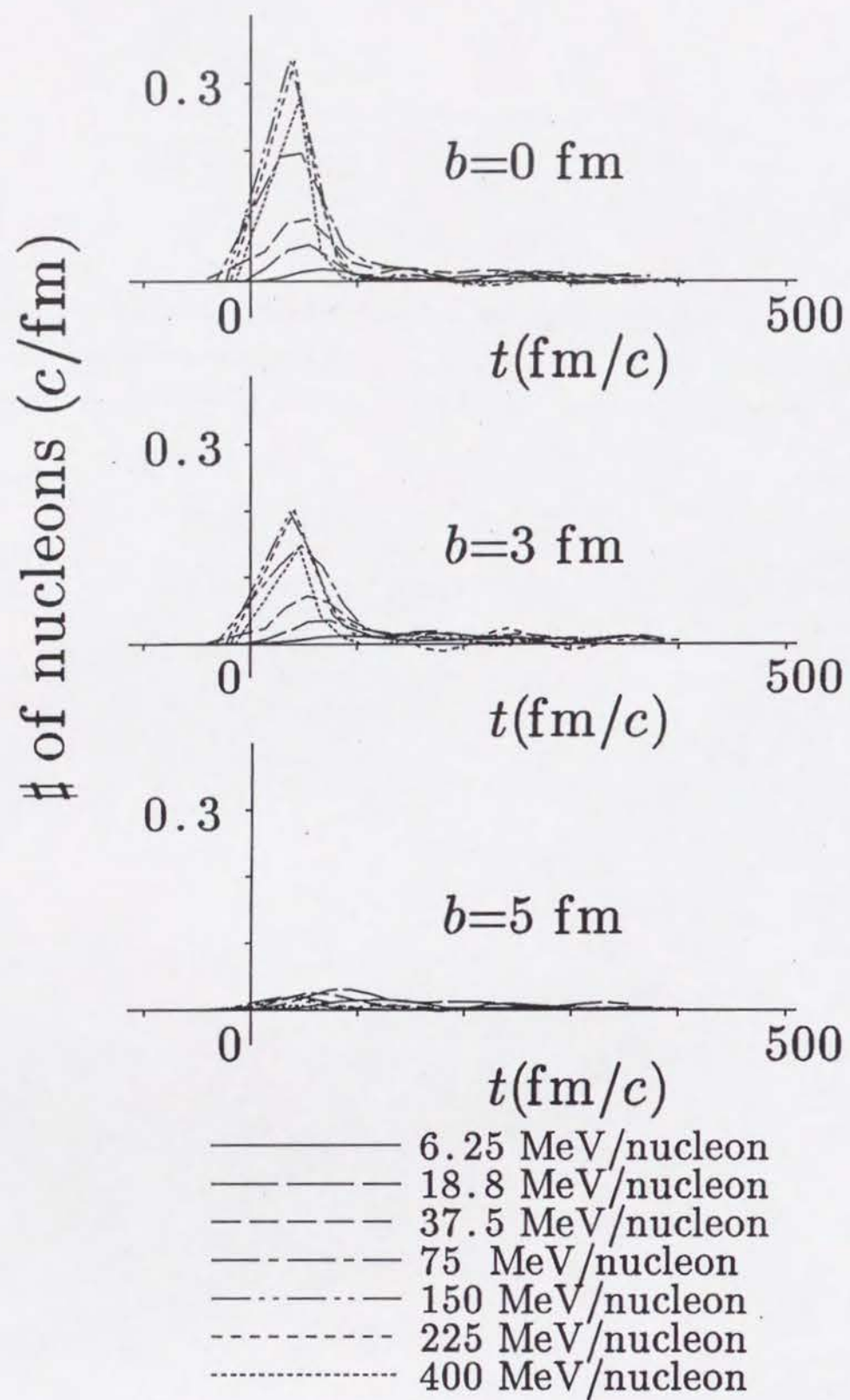


图 3

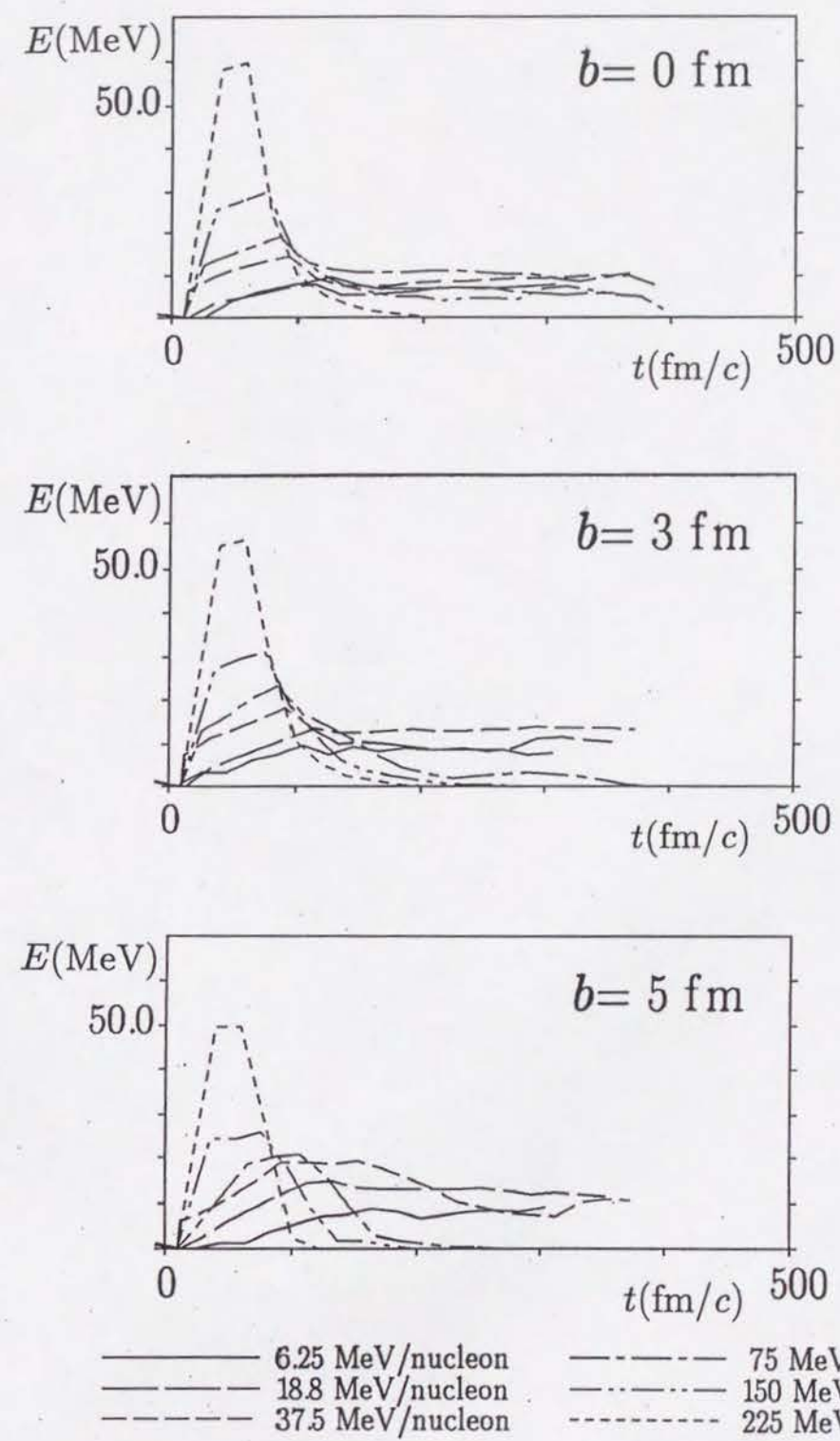
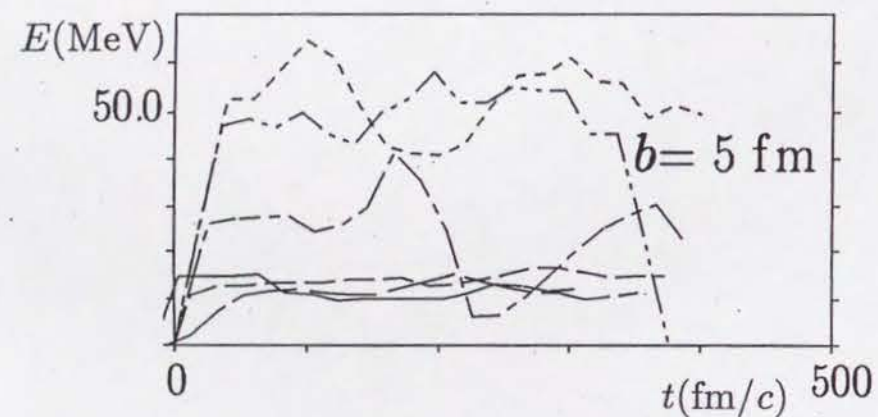
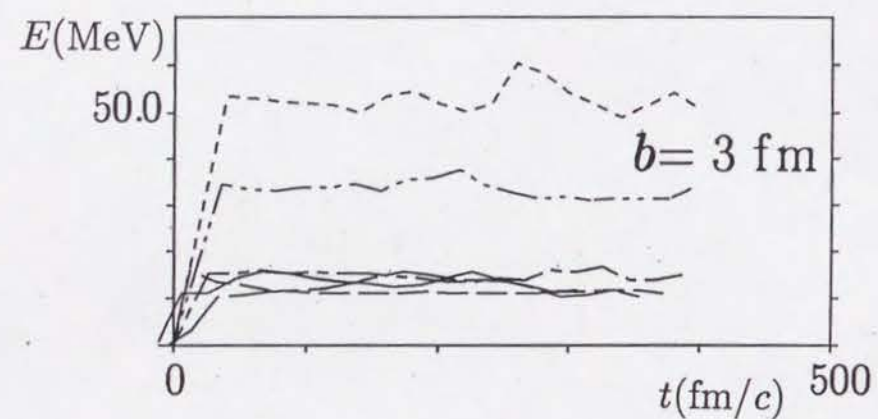
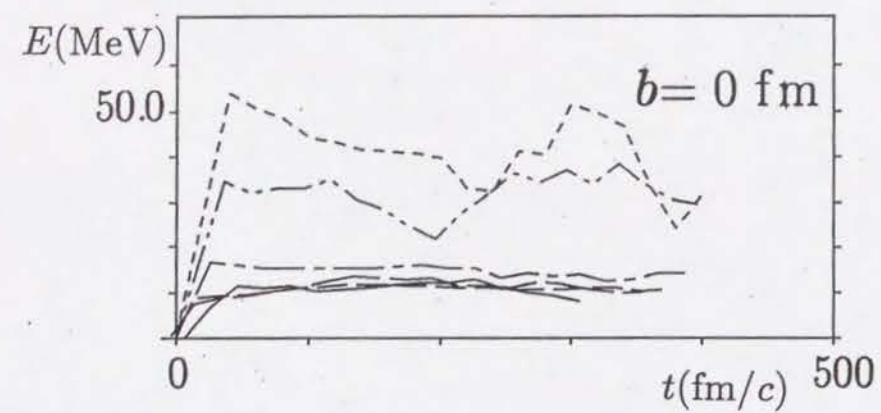
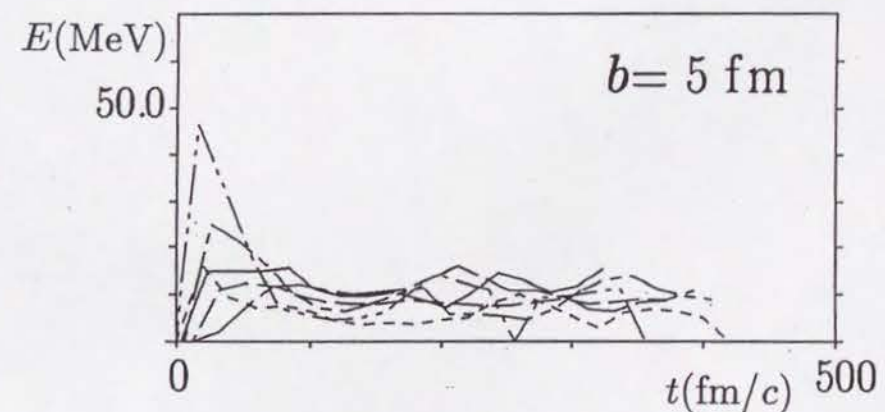
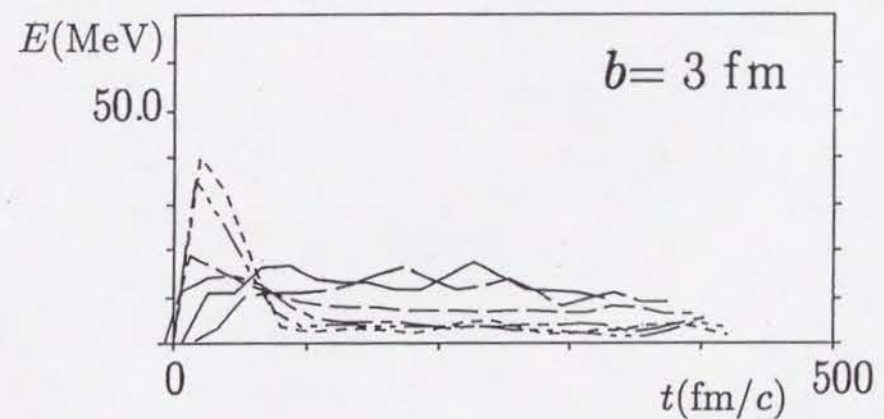
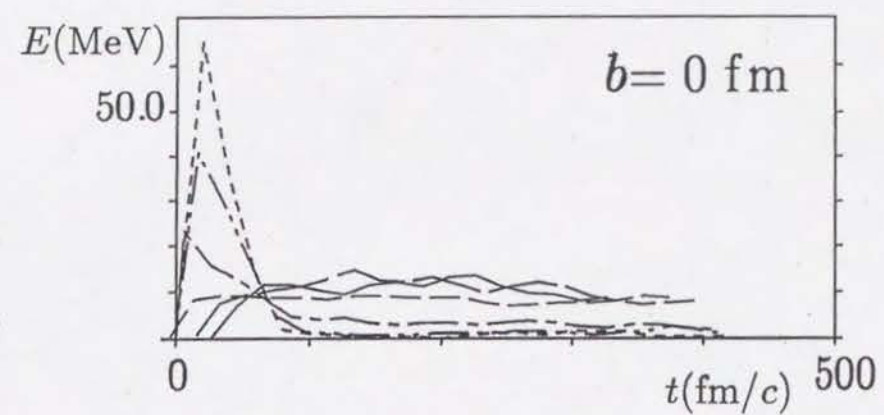


图 4



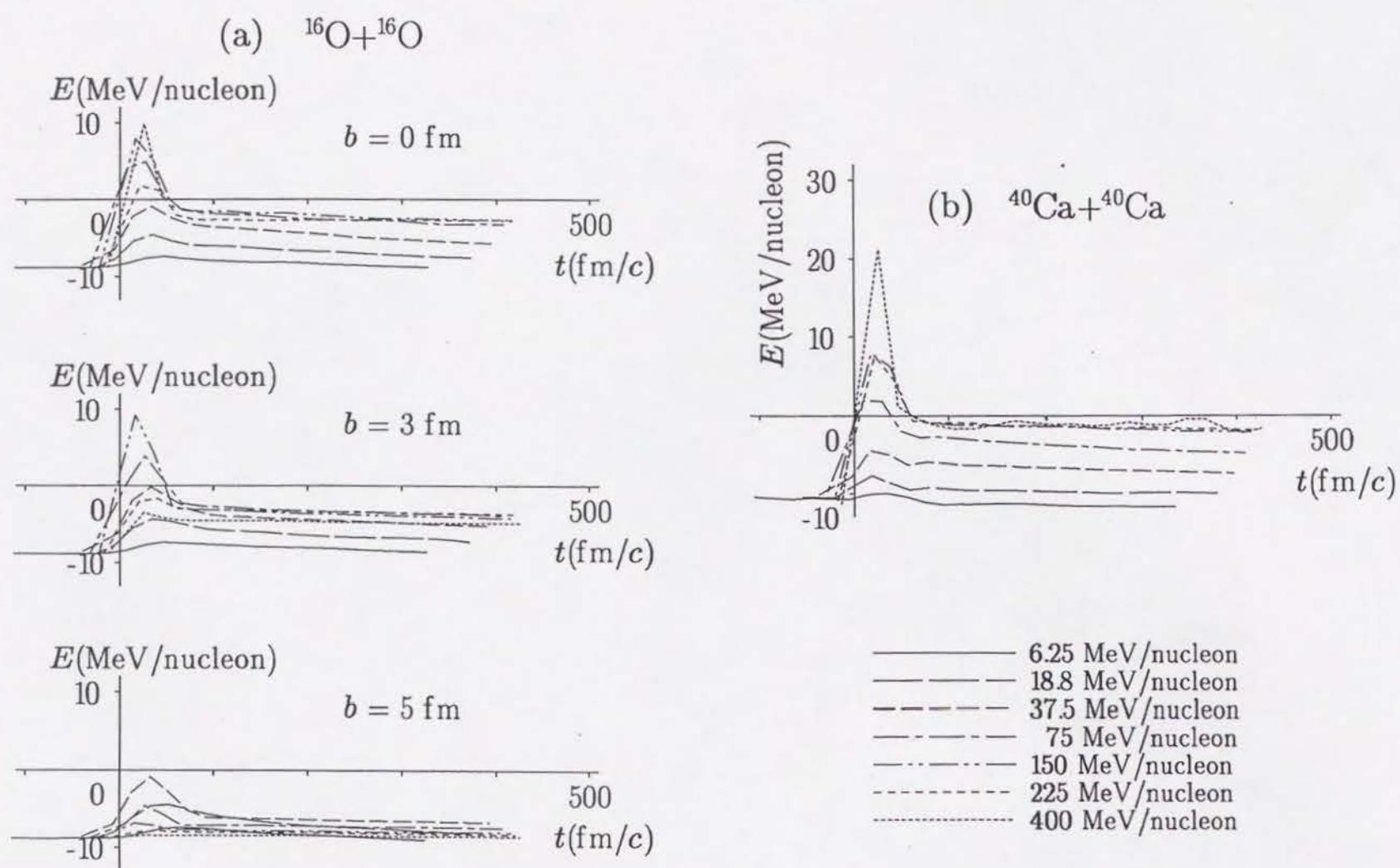
—— 6.25 MeV/nucleon	----- 75 MeV/nucleon
----- 18.8 MeV/nucleon	----- 150 MeV/nucleon
----- 37.5 MeV/nucleon	----- 225 MeV/nucleon

图 5

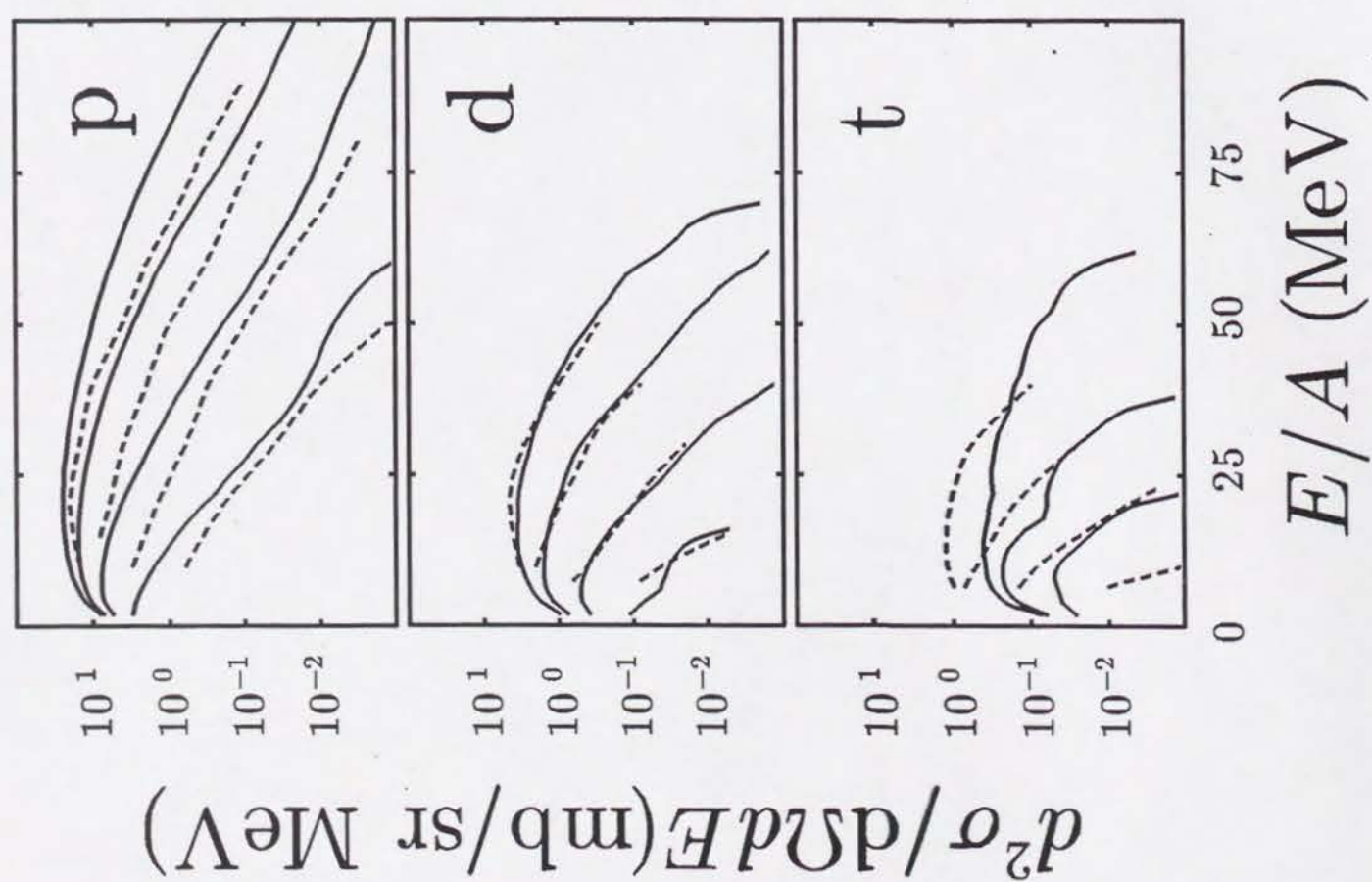


—— 6.25 MeV/nucleon	----- 75 MeV/nucleon
----- 18.8 MeV/nucleon	----- 150 MeV/nucleon
----- 37.5 MeV/nucleon	----- 225 MeV/nucleon

图 6



∞
⊗



⊗ 7

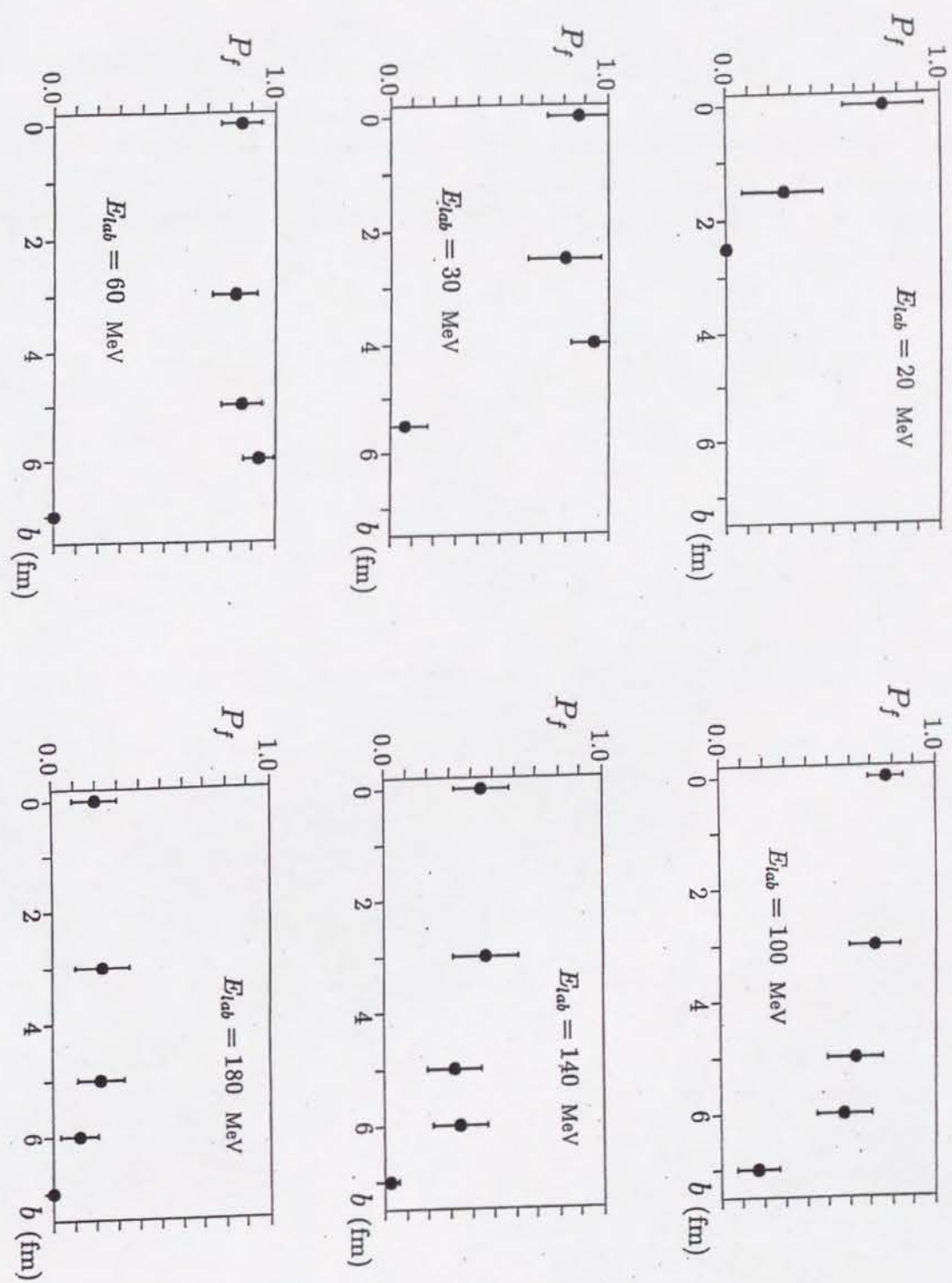


图 10

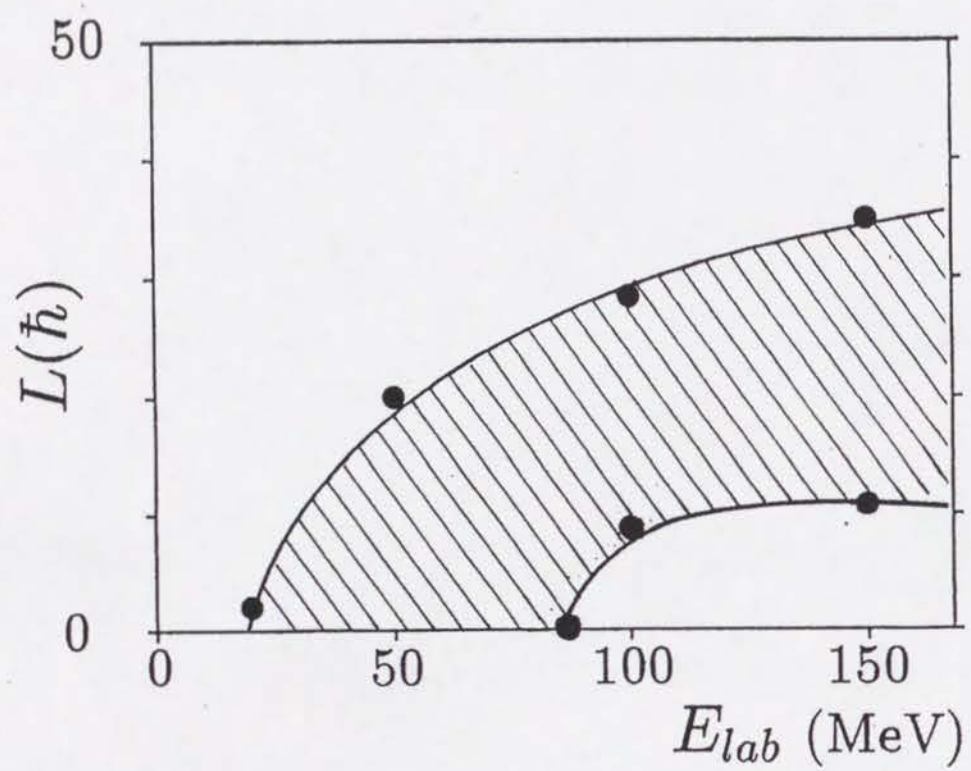


图 9

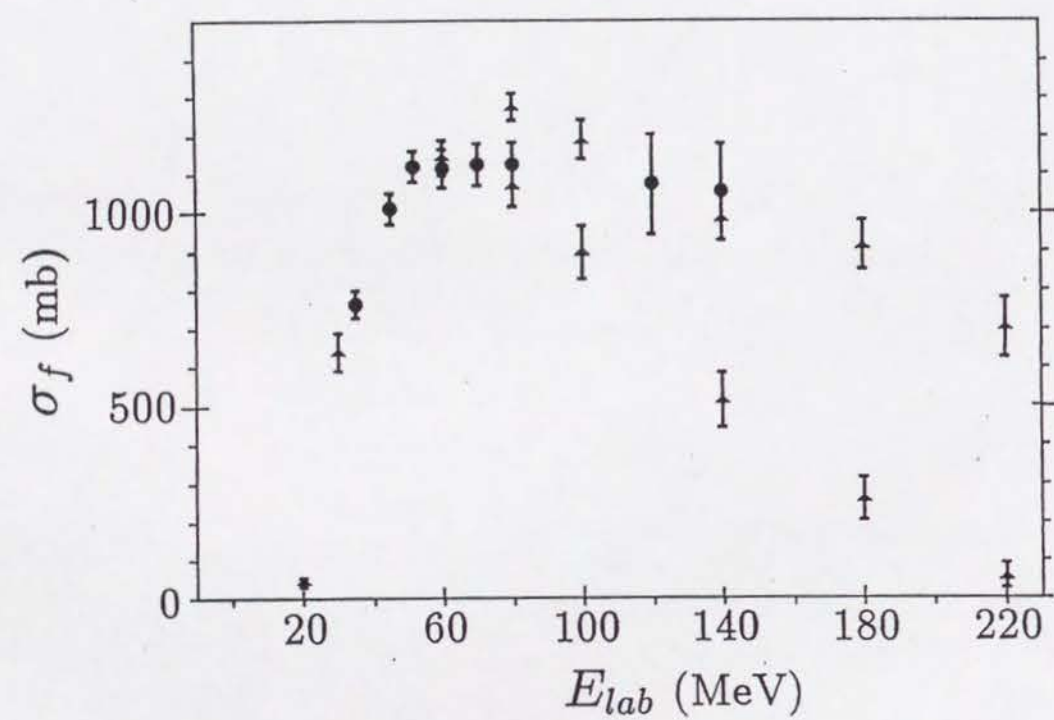


图 1.1

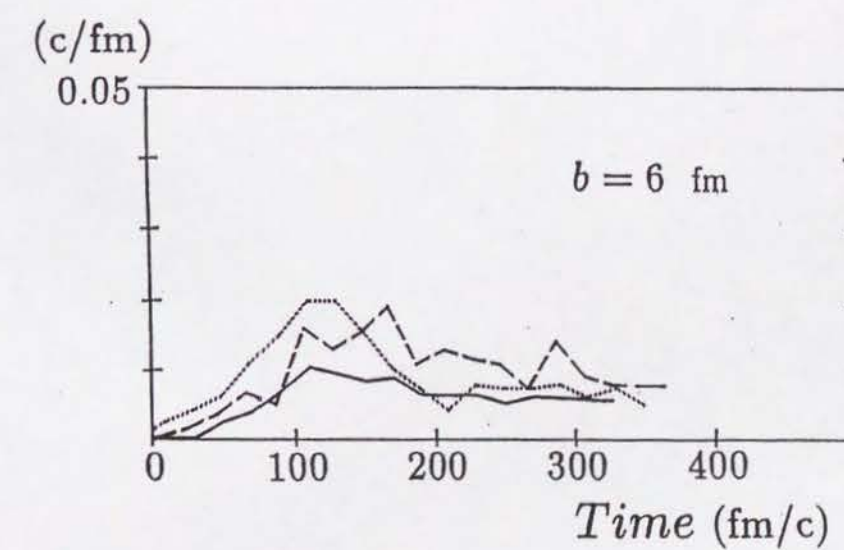
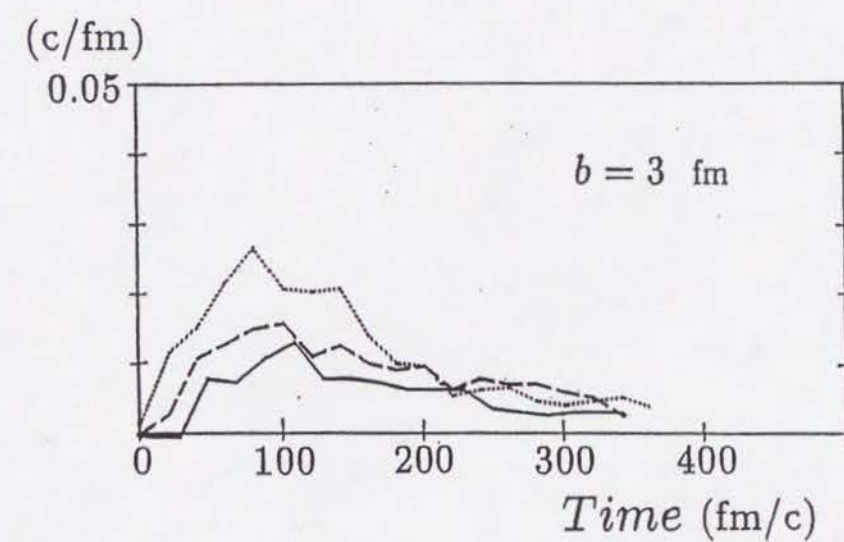
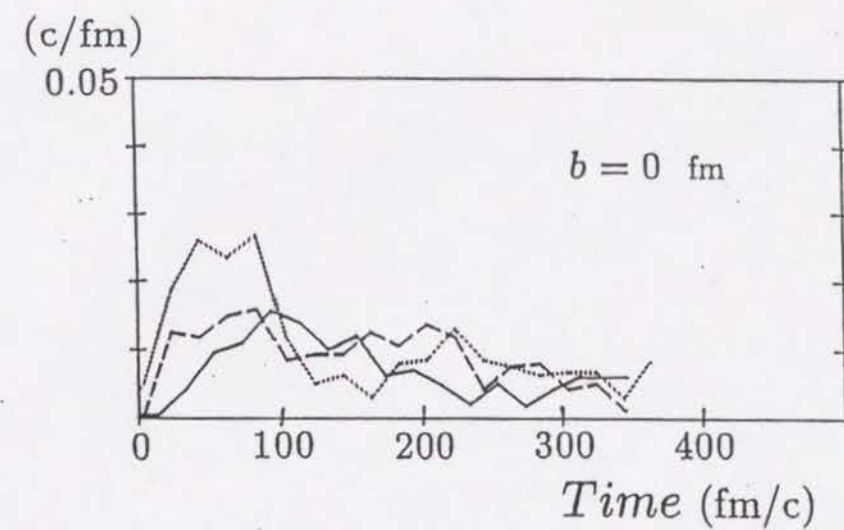
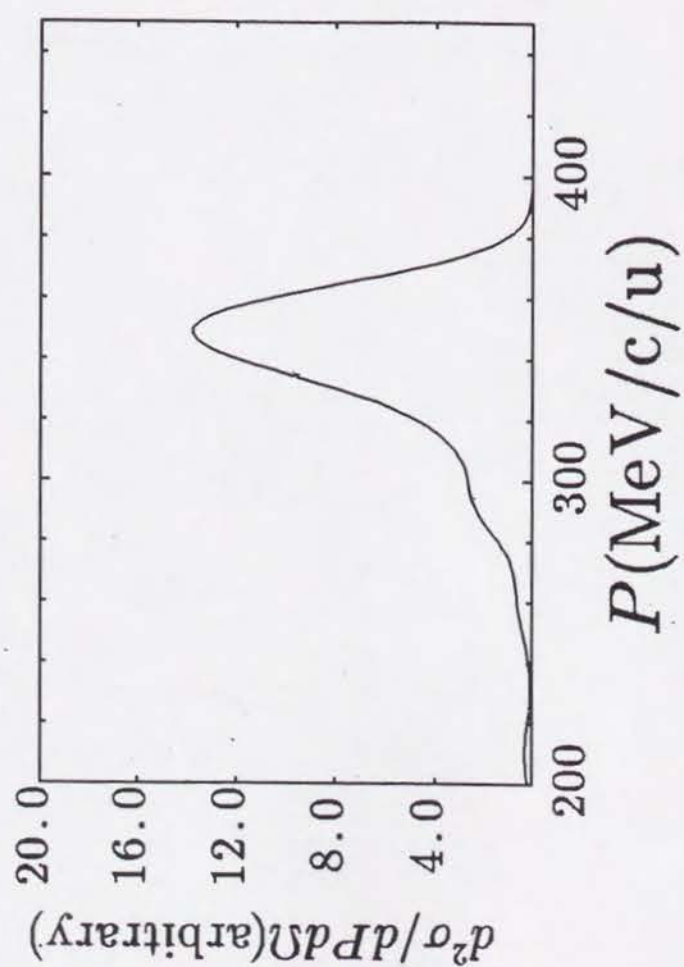
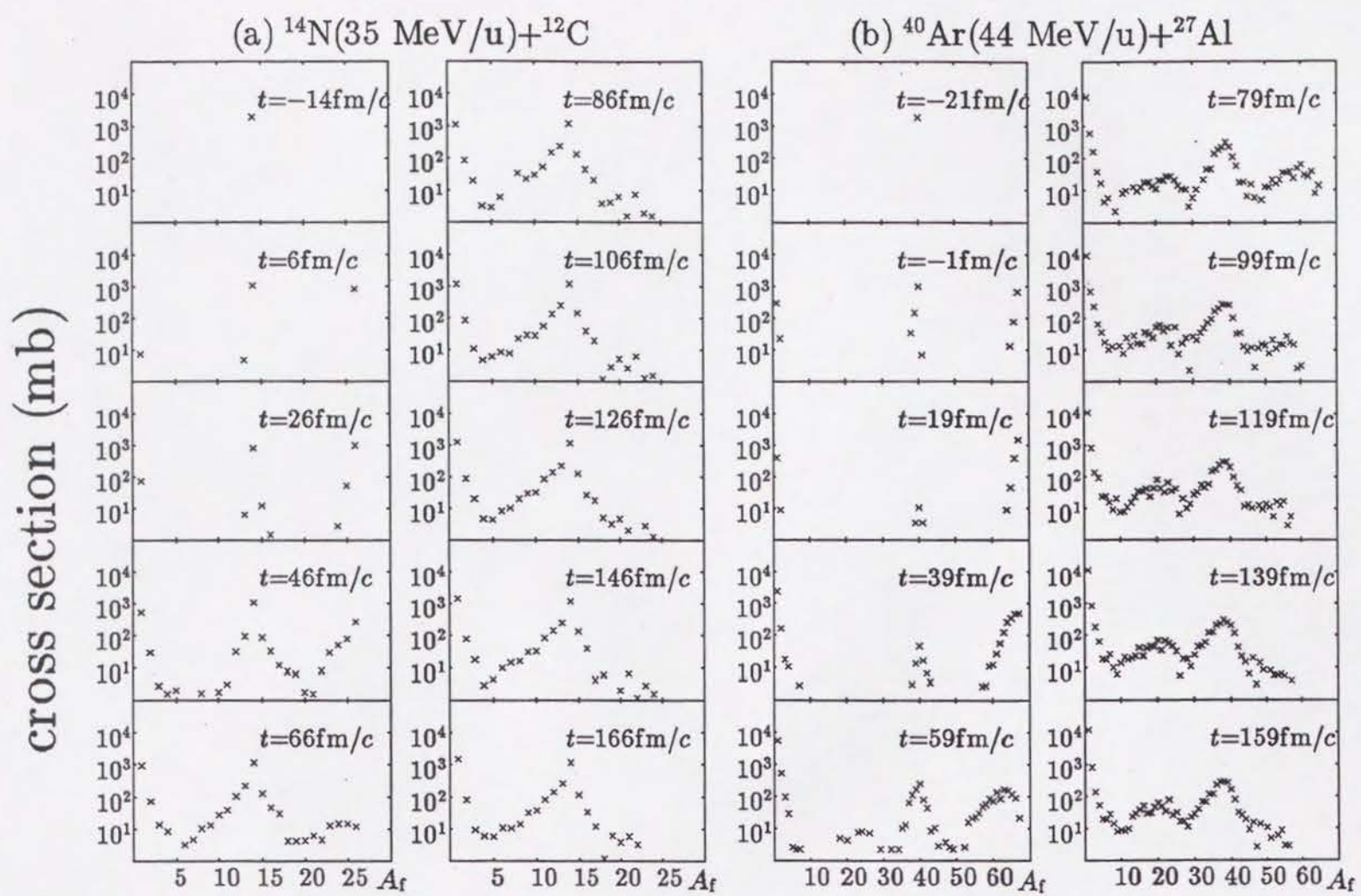


图 1.2



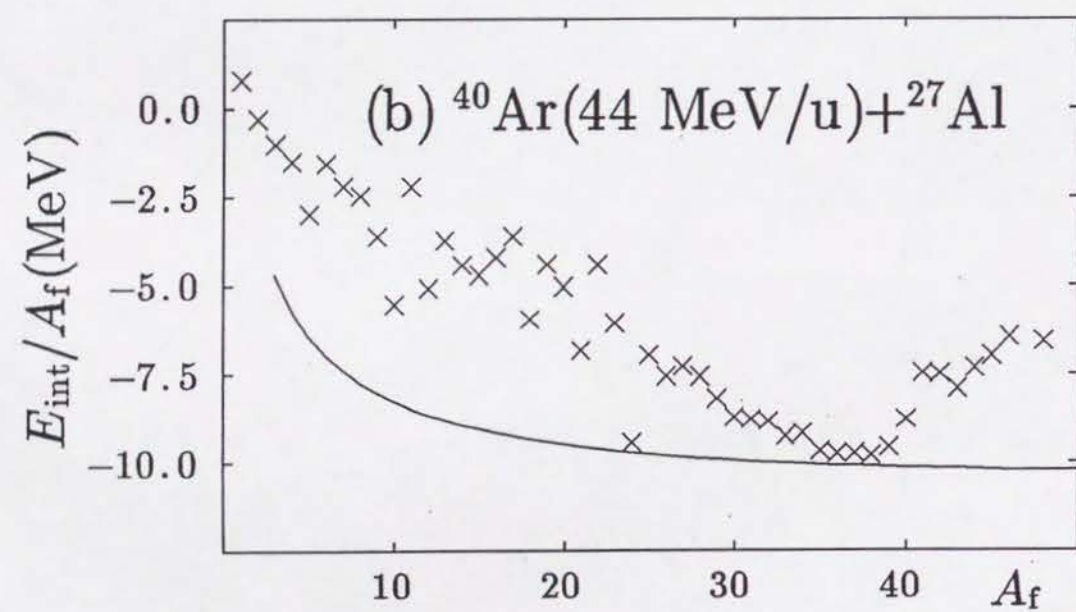
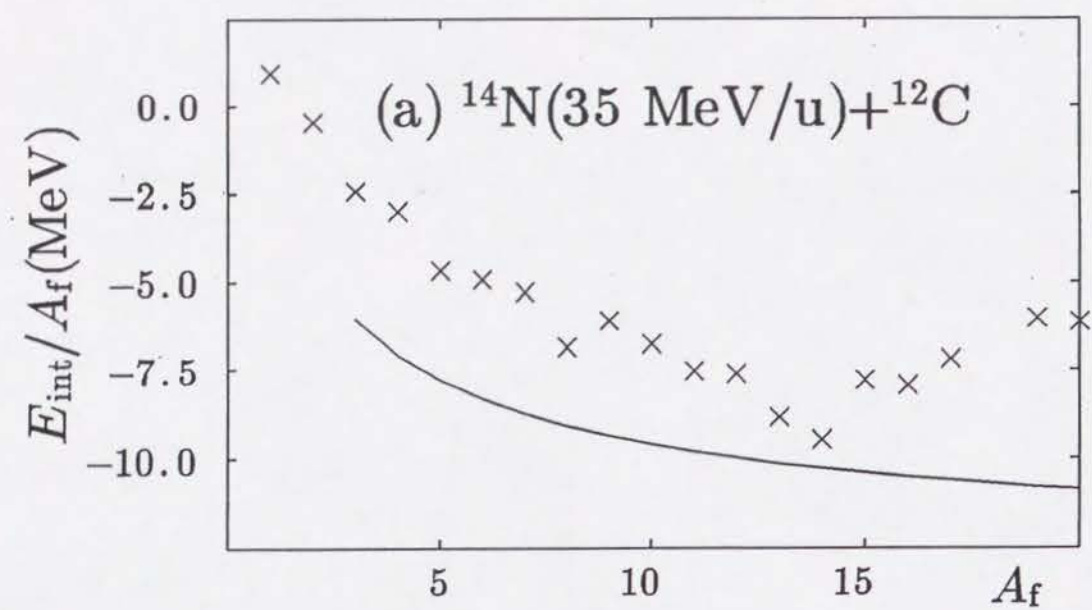


图 15

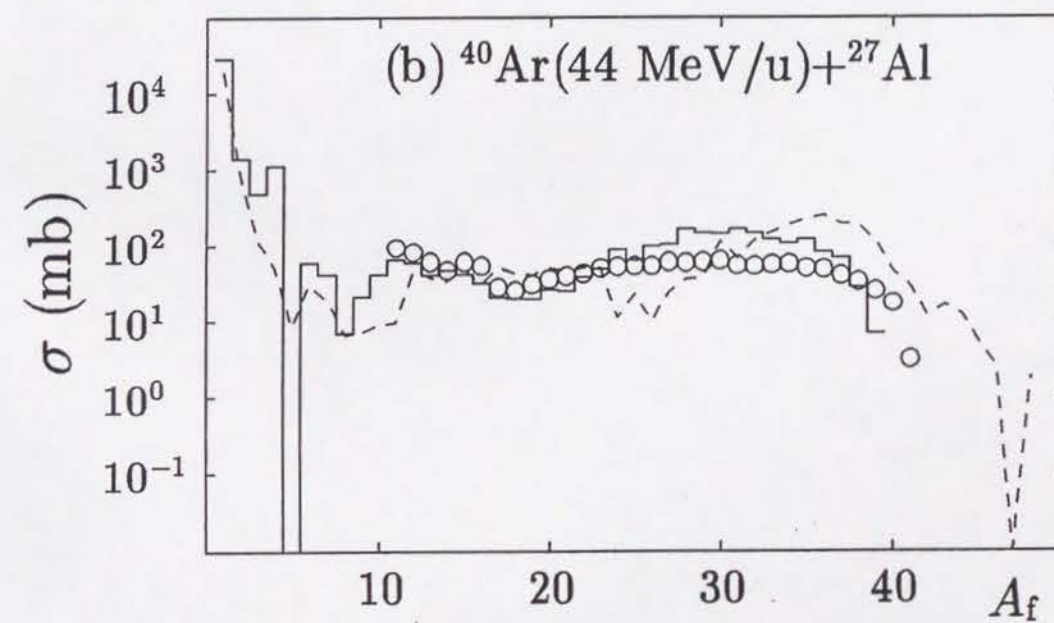
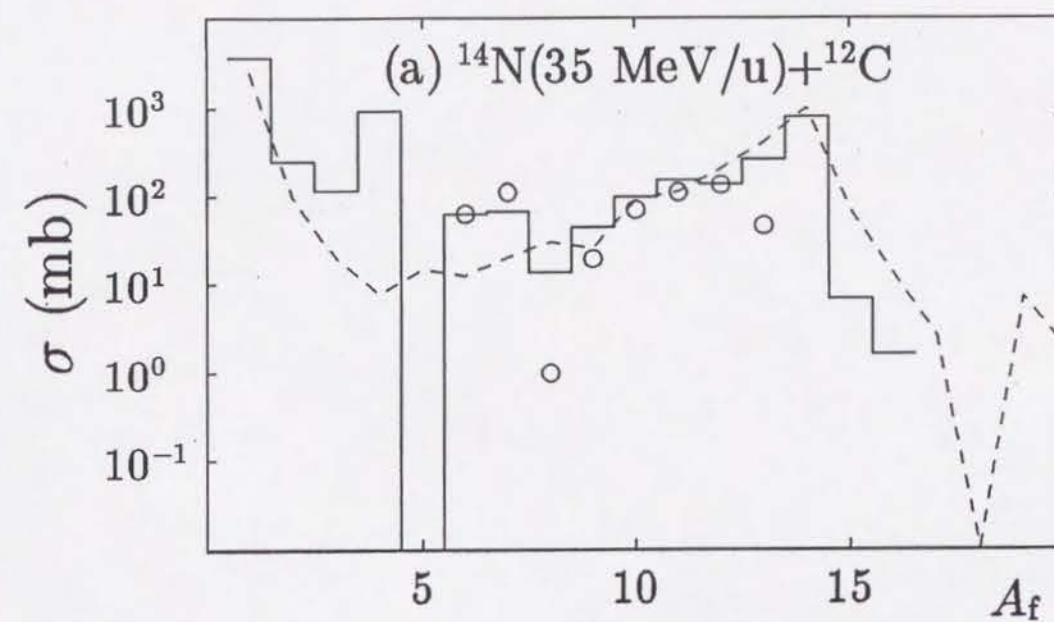


图 16

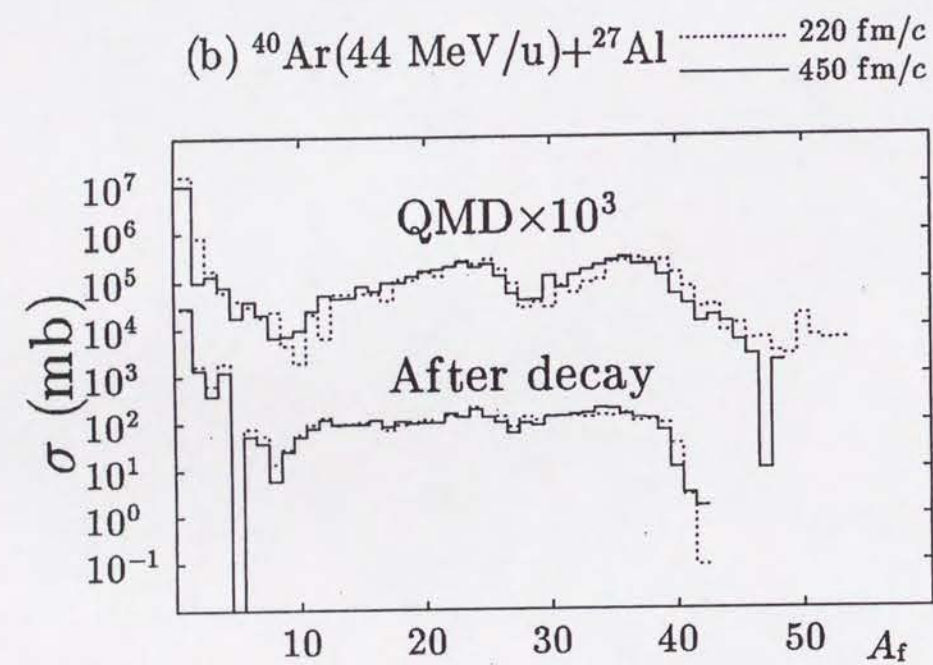
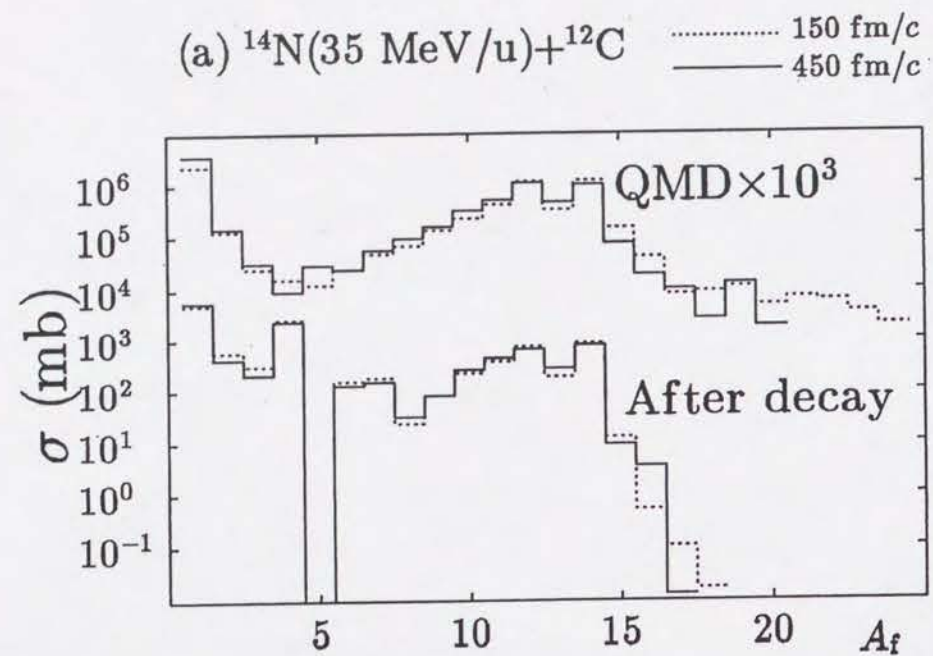


图 17

cross section (mb)

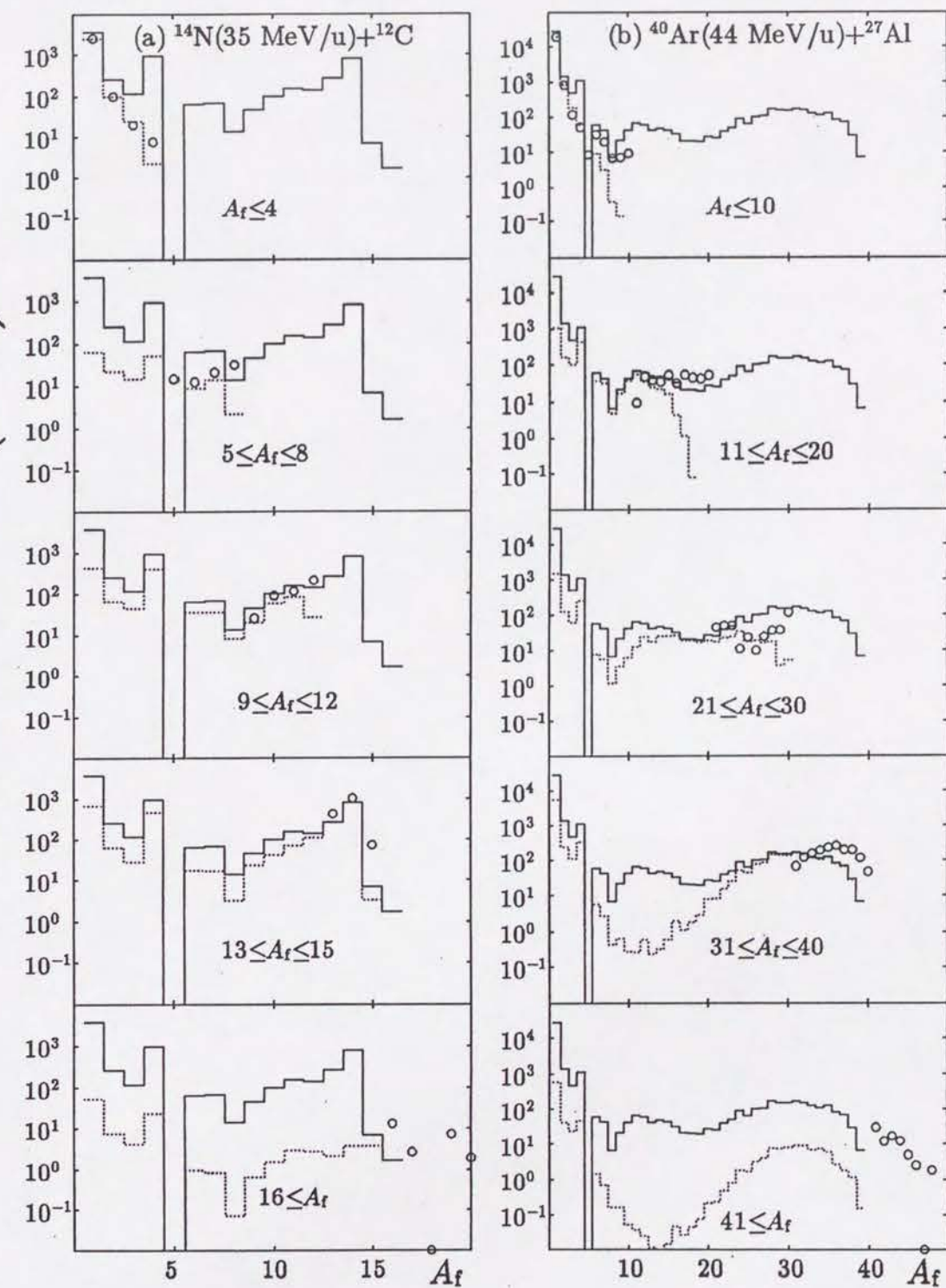


图 18

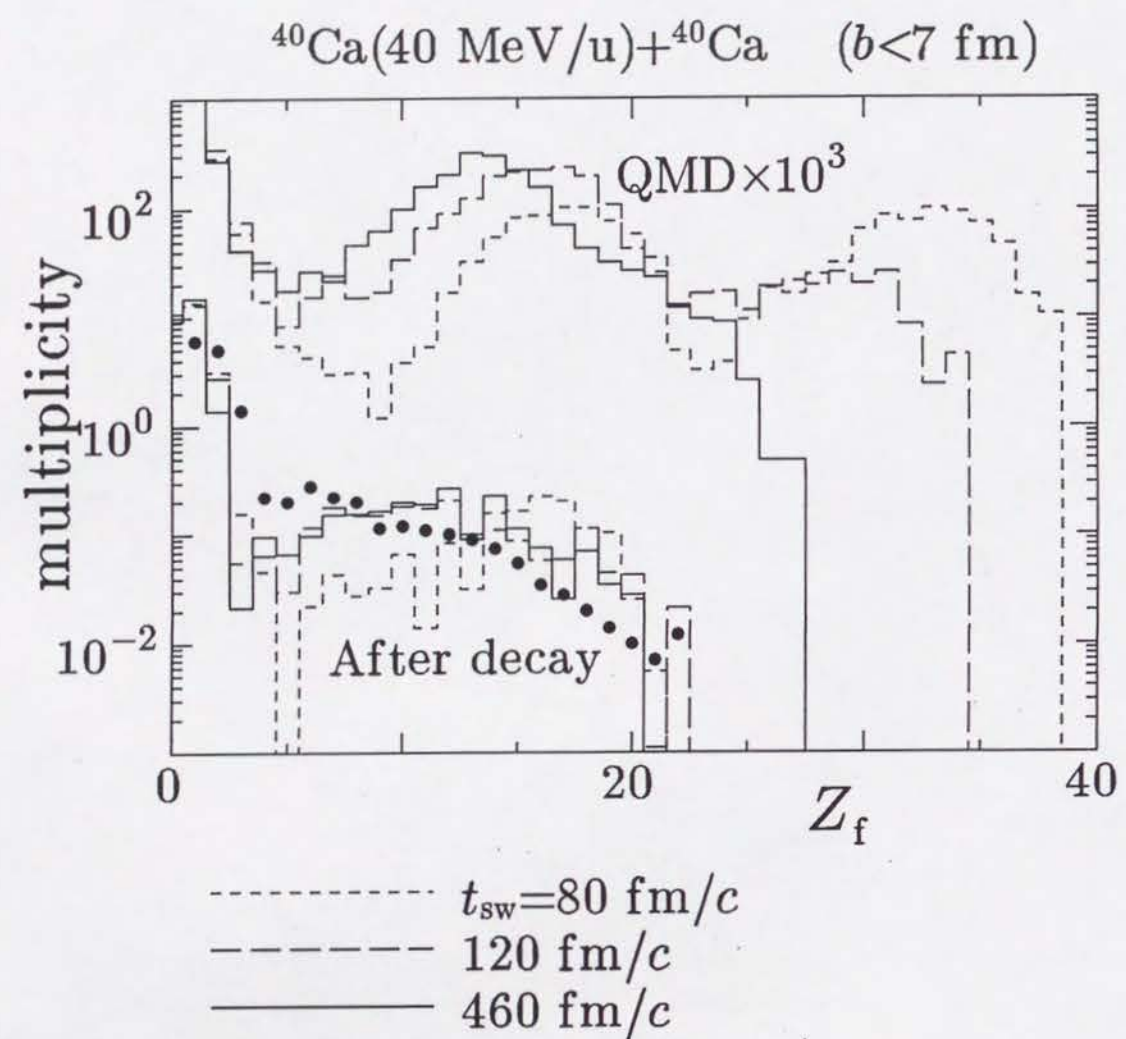


图 19

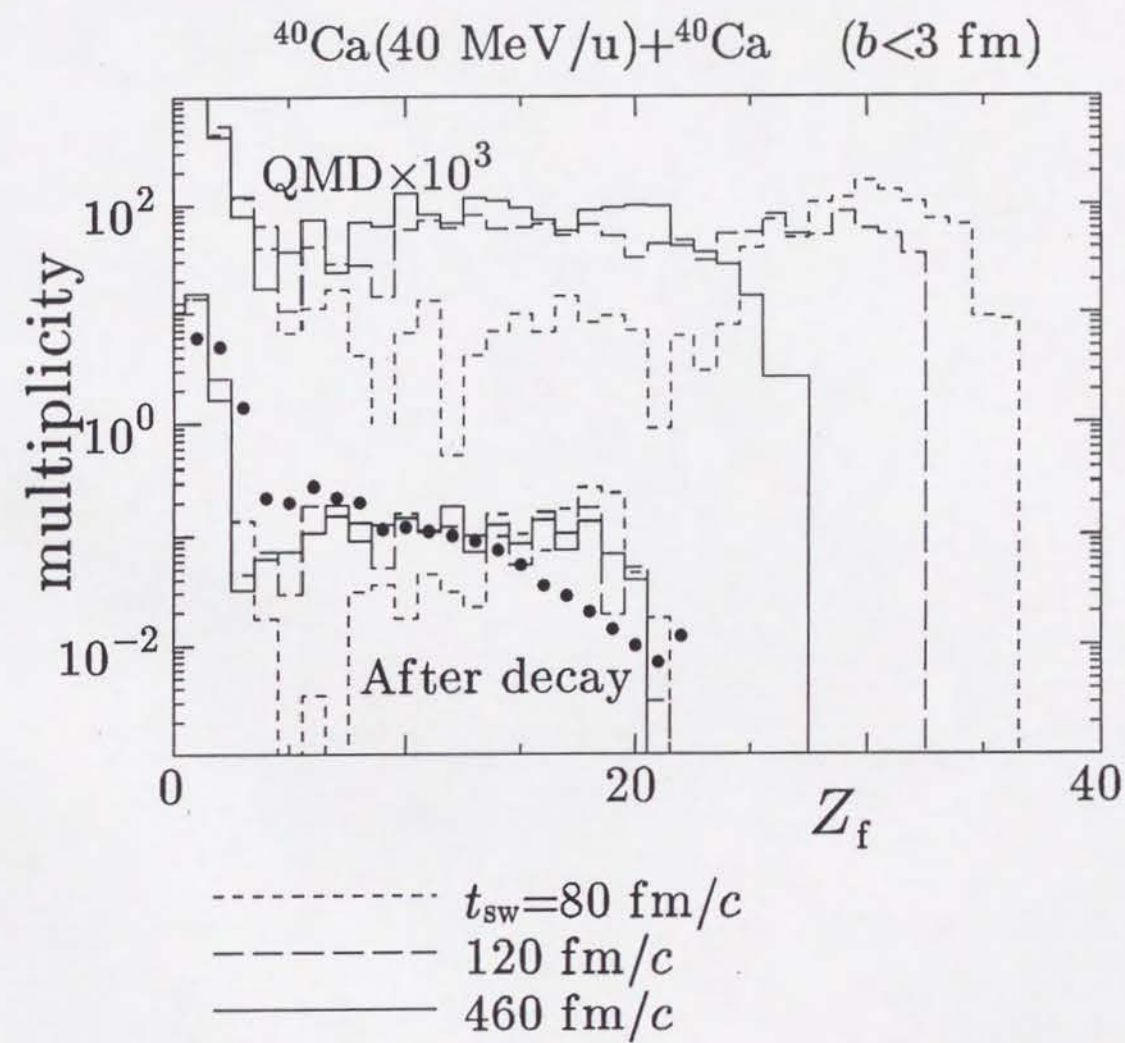


图 20